

fml • Lehrstuhl für Fördertechnik Materialfluß Logistik • Technische Universität München
Univ.-Prof. Dr.-Ing. Willibald A. Günthner

Diplomarbeit

**Modellierung eines Mehrkörpersystems zur
Simulation der Querspendelbewegung von
Einseilumlaufbahnen bei der Stationseinfahrt**

cand. ing. Martin Webhofer

Betreuer: Dipl.-Ing. Mark Löhr

Inhaltsverzeichnis

Abbildungsverzeichnis	II
Tabellenverzeichnis	III
Liste der Formelzeichen	IV
1 Einleitung	1
2 Problemstellung und Vorgehensweise	3
3 Mechanische Ersatzmodelle	6
3.1 Mehrkörpersystem ohne Gehängeelastizität	7
3.1.1 Topologie	8
3.1.2 Masseigenschaften der Teilkörper	9
3.1.3 Koppelbedingungen	11
3.2 4-Körpermodell mit Gehängeelastizität	12
3.2.1 Topologie	13
3.2.2 Teilkörper	14
3.2.3 Koppelbedingungen - Berechnung der Gehängeelastizität	14
3.3 9-Körpermodell mit Gehängeelastizität	20
3.3.1 Topologie	20
3.3.2 Teilkörper	22
3.3.3 Koppelbedingungen	26
4 Simulation und Vergleich der Modelle	29
4.1 Bewegungsverhalten	30

4.1.1	Simulation des MKS ohne Gehängeelastizität	32
4.1.2	Simulation des MKS - 4 Körpermodell	33
4.1.3	Simulation des MKS - 9 Körpermodell	35
4.2	Vergleich der Modelle	37
4.3	Modellauswahl	37
5	Herleitung der Bewegungsgleichungen	39
5.1	Koordinatensysteme und Minimalkoordinaten	39
5.2	Kinetische Energie	41
5.3	Potential	42
5.4	Nicht-konservatives Moment	43
5.5	Differentialgleichungssystem	44
6	Zusammenfassung	49
	Literaturverzeichnis	51

Abbildungsverzeichnis

2.1	Bei der Stationseinfahrt beteiligte Komponenten	4
3.1	Vorgehensweise bei der Modellierung	7
3.2	Topologie des MKS ohne Gehängeelastizität	8
3.3	3D-Modell des Einfahrttrichters	9
3.4	3D-Modell des Gehänges	10
3.5	3D-Modell der Kabine	11
3.6	Topologie des MKS mit Gehängeelastizität - 4 Körpermodell	13
3.7	Typen Finiter Elemente	15
3.8	Balkenmodell	16
3.9	Entstehung des Hauptachsensystems	19
3.10	Anordnung der Ersatzfedern des Gehänges	20
3.11	Topologie des MKS mit Gehängeelastizität - 9 Körpermodell	21
3.12	3D-Modell der Klemme	23
3.13	Querschnittsfläche der Balken	23
3.14	Schwerpunkte der Balken	24
3.15	Vereinfachung der Balken	26
3.16	Vergleichsmodell elast. Balken - starrer Balken mit Drehfeder	27
3.17	Vereinfachung des Querschnitts	28
4.1	Einschwingvorgang	30
4.2	Definition der Anfangsbedingungen	31
4.3	Pendelbewegung des starren MKS bei Kollision mit dem Trichter	32
4.4	Kontaktkraft des starren MKS bei Kollision mit dem Trichter	33
4.5	Pendelbewegung des elastischen MKS - 4 Körpermodell	34

4.6	Kontaktkraft des elastischen MKS - 4 Körpermodell	34
4.7	Elastische Verformung des MKS - 4 Körpermodell	35
4.8	Pendelbewegung des elastischen MKS - 9 Körpermodell	35
4.9	Kontaktkraft des elastischen MKS - 9 Körpermodell	36
4.10	Elastische Verformung des MKS - 9 Körpermodell	36
4.11	Vergleich der Kontaktkräfte zu Beginn der Kollision	37
5.1	Systemskizze	40

Tabellenverzeichnis

3.1	Verschiebungen bei verschiedenen Lastfällen	17
3.2	Ortsvektoren der Balkengelenke	22
3.3	Massen der Balken	24
3.4	Schwerpunkte der Balkenelemente	25
3.5	Massenträgheitsmomente der Balken	26
3.6	Ersatzsteifigkeiten c_{γ_i}	28
4.1	Anfangszustand	31
4.2	Auswahl des Modells bester Eignung	38

Liste der Formelzeichen

Lateinische Buchstaben

A_B	Querschnittsfläche der Balken [mm^2]
a	Seitenlänge des Profilrohres [mm]
c_1	Federsteifigkeit der Ersatzfeder 1 [$\frac{N}{m}$], [$\frac{N}{mm}$]
c_2	Federsteifigkeit der Ersatzfeder 2 [$\frac{N}{m}$], [$\frac{N}{mm}$]
c_{Kab}	Federsteifigkeit der Kabinenaufhängung [$\frac{Nm}{rad}$]
c_{Kont}	Federsteifigkeit des Kontaktelements [$\frac{N}{m}$]
c_{Tr}	Federsteifigkeit der Trichteraufhängung [$\frac{N}{m}$]
c_{γ_i}	Federsteifigkeit der Balkenelemente [$\frac{Nm}{rad}$]
\vec{d}_i	Hauptvektoren der Gesamtsteifigkeitsmatrix [mm]
d_{Kab}	Dämpfungskonstante der Kabinenaufhängung [$\frac{Nms}{rad}$]
d_{Tr}	Dämpfungskonstante der Trichteraufhängung [$\frac{Ns}{m}$]
E_{Stahl}	Elastizitätsmodul von Stahl [$\frac{N}{mm^2}$]
F	Kraft [N]
\vec{F}^e	eingeprägte Kräfte und Momente
f	Durchbiegung [mm]
\vec{g}	Erdbeschleunigung [$\frac{m}{s^2}$]
\vec{g}_{gyro}	gyroskopische, dissipative und Fesselungskräfte
\vec{h}	eingeprägte Kräfte und Momente
I_x	Flächenträgheitsmoment des Biegebalkens um die x-Achse [mm^4]
$J_{G,z}$	Massenträgheitsmoment des Gehänges um die z-Achse [kgm^2]
$J_{K,z}$	Massenträgheitsmoment der Kabine um die z-Achse [kgm^2]
$J_{xx,i}$	Trägheitsmomente der Balkenelemente um die lokale x-Achse [kgm^2]
$J_{yy,i}$	Trägheitsmomente der Balkenelemente um die lokale y-Achse [kgm^2]
$J_{zz,i}$	Trägheitsmomente der Balkenelemente um die lokale z-Achse [kgm^2]
\underline{K}	Steifigkeitsmatrix [$\frac{N}{mm}$]
\underline{K}_{ges}	Gesamtsteifigkeitsmatrix [$\frac{N}{mm}$]

$\tilde{K}_{ge.s}$	Haupt-Gesamtsteifigkeitsmatrix $[\frac{N}{mm}]$
l	Länge des Biegebalkens $[mm]$
$l_{B,1}$	Länge der Balkenelemente $[m]$
l_C	Betrag des Vektors $\vec{r}_{C'}$ $[m]$
l_G	Betrag des Vektors \vec{r}_{Geh} $[m]$
l_{Kab}	Betrag des Vektors \vec{r}_{Kab} $[m]$
\underline{M}	Massenmatrix $[kgm^2]$
M_b	Biegemoment $[Nm]$
$\underline{M}_{Dämpf,Geh}$	Dämpfungsmoment auf das Gehänge $[Nm]$
$\underline{M}_{Dämpf,Kab}$	Dämpfungsmoment auf die Kabine $[Nm]$
$m_{B,1}$	Masse der Balkenelemente $[kg]$
m_{Geh}	Masse des Gehänges $[kg]$
m_{Kab}	Masse der Kabine $[kg]$
m_{Kl}	Masse der Klemme $[kg]$
$m_{Kab,leer}$	Masse der leeren Kabine $[kg]$
m_{Last}	Masse der Fahrgäste $[kg]$
m_{Tr}	Masse des Einfahrttrichters $[kg]$
\vec{P}	Lastvektor $[N]$
\vec{P}_C	Lastvektor im Gelenkpunkt C $[N]$
\vec{Q}_{NP}	Nicht-konservative Kräfte bzw. Momente
\vec{q}	Minimalkoordinaten
$\vec{r}_{B,i}$	Ortsvektoren der Balkenschwerpunkte $[m]$
\vec{r}_{BSKab}	Ortsvektor von B zum Kabinenschwerpunkt $[m]$
$\vec{r}_{C'}$	Ortsvektor von C' $[m]$
\vec{r}_E	Ortsvektor des Gelenkpunktes E $[m]$
\vec{r}_F	Ortsvektor des Gelenkpunktes F $[m]$
\vec{r}_G	Ortsvektor des Gelenkpunktes G $[m]$
\vec{r}_{Geh}	Ortsvektor des Gehängeschwerpunktes $[m]$
\vec{r}_H	Ortsvektor des Gelenkpunktes H $[m]$
\vec{r}_I	Ortsvektor des Gelenkpunktes I $[m]$
\vec{r}_{Kab}	Ortsvektor des Kabinenschwerpunktes $[m]$
\vec{r}_{Kl}	Ortsvektor des Klemmenschwerpunktes $[m]$
\vec{r}_{Tr}	Ortsvektor des Trichterschwerpunktes $[m]$
s	Wandstärke des Profilrohres $[mm]$
s_1	Federweg der Ersatzfeder 1 $[m]$
s_2	Federweg der Ersatzfeder 2 $[m]$
T	kinetische Energie des Gesamtsystems $[Nm]$
T_i	kinetische Energie der Teilkörper $[Nm]$
T_{Kab}	kinetische Energie der Kabine $[Nm]$

T_{Geh}	kinetische Energie des Gehänges [Nm]
t	Zeit [s]
\vec{u}	Verschiebungsvektor [mm]
\vec{u}_c	Verschiebungsvektor des Gelenkpunktes C [mm]
V	potentielle Energie des Gesamtsystems [Nm]
V_i	potentielle Energie der Teilkörper [Nm]
$V_{S,G}$	Schwerepotential des Gehänges [Nm]
$V_{S,K}$	Schwerepotential der Kabine [Nm]
V_{c_1}	Federpotential der Feder 1 [Nm]
V_{c_2}	Federpotential der Feder 2 [Nm]
$V_{c_{Kab}}$	Federpotential der Kabinenaufhängung [Nm]
\vec{v}_{Kab}	Geschwindigkeit des Kabinenschwerpunktes [$\frac{m}{s}$]
\vec{v}_{Geh}	Geschwindigkeit des Gehängeschwerpunktes [$\frac{m}{s}$]
x	Abstand Fahrzeug-Einfahrtrichter [m]

Griechische Buchstaben

α	Winkel zwischen \vec{r}_{Geh} und $\vec{r}_{C'}$ [$^\circ$]
β	Orientierung der Feder c_2 [$^\circ$]
γ_i	relativer Winkel zwischen den Balkenelementen [rad]
δ	Drehwinkel der Hauptachsentransformation [$^\circ$]
$\Theta_{B,i}$	Massenträgheitstensoren der Balkenelemente [kgm^2]
Θ_{Geh}	Massenträgheitstensor des Gehänges [kgm^2]
Θ_{Kab}	Massenträgheitstensor der Kabine [kgm^2]
Θ_{Kl}	Massenträgheitstensor der Klemme [kgm^2]
Θ_{Tr}	Massenträgheitstensor des Einfahrtrichters [kgm^2]
λ_i	Eigenwerte der Gesamtsteifigkeitsmatrix [$\frac{N}{mm}$]
ρ	Auslenkung des Einfahrtrichters [$^\circ$]
ρ_0	Anfangsauslenkung des Einfahrtrichters [$^\circ$]
ρ_{Stahl}	Dichte von Stahl [$\frac{kg}{m^3}$]
φ	Auslenkung des Gehänges bezüglich des ruhenden Inertialsystems [$^\circ$]
φ_0	Anfangsauslenkung des Gehänges [$^\circ$]
ψ	relativer Winkel zwischen Gehänge und Kabine [$^\circ$]
ψ_0	Anfangswinkel zwischen Gehänge und Kabine [$^\circ$]
$\vec{\Omega}_{Geh}$	Winkelgeschwindigkeit des Gehänges [$\frac{^\circ}{s}$]
$\vec{\Omega}_{Kab}$	Winkelgeschwindigkeit der Kabine [$\frac{^\circ}{s}$]

Kapitel 1

Einleitung

Seilbahnen kommen vor allem im stark gegliederten und schwer zugänglichen alpinen Gelände für den Personen- und Materialtransport zum Einsatz. Die häufigste Anwendung im Personenverkehr finden Seilbahnen als Sportbahn und Zubringerbahn. Seltener werden sie als Nahverkehrsmittel in Städten oder als Besichtigungsbahnen in Vergnügungsparks eingesetzt. Nicht zu verachten ist die Bedeutung von Seilbahnen zur Güterbeförderung. Im unwegsamen Gelände stellen Material- und Versorgungsbahnen oft die einzige zuverlässige und leistungsfähige Transportmöglichkeit dar. Im innerbetrieblichen Materialfluß kommen Seil-Hängebahnen als flurfreie Fördermittel zum Einsatz.

Die rasante Entwicklung des Fremdenverkehrs in den Alpenregionen der letzten Jahrzehnte war gleichzeitig auch treibende Kraft für die technische Weiterentwicklung der Seilbahnen. Seit den achtziger Jahren erfahren insbesondere Einseilumlaufbahnen in den Winterskigebieten große Verbreitung. Grund dafür sind die relativ geringen Anlage- und Betriebskosten bei gleichzeitig großen Förderleistungen und hohem Komfort. Einseilumlaufbahnen (EUB) sind Anlagen mit kontinuierlichem Umlaufbetrieb, bei denen das Seil sowohl die Tragfunktion als auch die Zugfunktion übernimmt. Man unterscheidet Anlagen mit fest geklemmten und kuppelbaren Fahrzeugen. Der Ein- und Ausstiegsvorgang begrenzt bei Bahnen mit fest geklemmten Fahrbetriebsmitteln, wegen der konstanten Fahrgeschwindigkeit, die Förderleistung. Kuppelbare Einseilumlaufbahnen können mit höherer Seilumlaufgeschwindigkeit (bis 6 m/s) betrieben werden als fest geklemmte (bis 2,7 m/s), da die Fahrzeuge bei der Stationseinfahrt vom kontinuierlich umlaufenden Förderseil abgekuppelt und auf eine geringere Stationsumlaufgeschwindigkeit ($< 0,5$ m/s) verzögert werden. Beim Verlassen der Station erfolgt eine Beschleunigung des Fahrbetriebsmittels auf Seilumlaufgeschwindigkeit. Dadurch wird eine größere Förderleistung erreicht und der Komfort beim Ein- und Aussteigen erhöht. Bedingt durch die Beschleunigungs- und Verzögerungsstrecken fal-

len bei kuppelbaren Anlagen höhere Bau- und Instandhaltungskosten an. Die zulässige Fahrgeschwindigkeit wird durch den erhöhten Verschleiß des Förderseils, Seilschwingungen bei der Stützenüberfahrt sowie dynamische Belastungen der Fahrzeugaufhängung bei der Stationseinfahrt begrenzt.

Im Weiteren wird in dieser Arbeit nur auf Einseilumlaufbahnen mit kuppelbaren Fahrbetriebsmitteln eingegangen.

Kapitel 2

Problemstellung und Vorgehensweise

Wie eingangs beschrieben, ergibt sich durch das Auskuppeln der Fahrzeuge vom Förderseil der Vorteil eines komfortablen Ein- und Ausstiegs, sowie die Möglichkeit zur Steigerung der Förderleistung durch eine hohe Fahrgeschwindigkeit. Der Kuppelvorgang ist dabei von außerordentlicher Bedeutung und muß äußerst zuverlässig funktionieren. Wie Unfälle in Vergangenheit gezeigt haben, kann ein fehlerhaft gekuppeltes Fahrzeug beim Verlassen der Station den Absturz mehrerer Kabinen oder Sessel verursachen. Bei der Stationseinfahrt muß hingegen ein sicherer Auskuppelvorgang erfolgen. Die im Fahrbetrieb entstehenden seitlichen Auslenkungen durch Windeinwirkung, ungleichmäßiger Beladung, o.ä. müssen zu Beginn der Stationseinfahrt verringert werden. Mit Hilfe einer beweglichen Führungsschiene, dem sog. Einfahrttrichter, wird die Seilklemme an der Führungsrolle eingefangen und zwangsweise in eine horizontale Stellung gebracht. Erst nach Erreichen dieser definierten Stellung wird die Klemme geöffnet und das Förderseil freigegeben. Es folgt die Verzögerung auf Stationsumlaufgeschwindigkeit ($< 0,5 \text{ m/s} \sim$ Schrittgeschwindigkeit). Nach dem Ein- bzw. Ausstieg der Fahrgäste in der Station erfolgt der Kuppelvorgang in umgekehrter Reihenfolge. Die Fahrzeuge werden auf Seilumlaufgeschwindigkeit beschleunigt, die Seilklemme geschlossen, und vor Verlassen der Station der korrekte Kuppelzustand überprüft.

Während bei Fahrt außerhalb der Stationen die Fahrzeuge frei schwingen können, werden sie bei der Stationseinfahrt und beim Stationsumlauf Zwangsbindungen unterworfen. Beim Einlauf in den Einfahrttrichter treten während des Kontakts der Führungsrolle mit dem Trichter stoßartige Kontaktkräfte auf, wodurch einerseits das System Gehänge-Kabine zu Schwingungen quer zur Fahrtrichtung angeregt, andererseits der Einfahrttrichter um seinen Drehpunkt zu Schwingungen angeregt wird. Infolge der Querpendelbewegung und dem stoßartigen Kontakt mit dem Trichter werden die Fahrzeugteile im Bereich der Seilklemme und des Gehänges dynamisch hoch

beansprucht. Zur höchsten Bauteilbeanspruchung kommt es, wenn nach dem Einlauf die Bewegungsfreiheit des Gehänges durch die Trag- und Führungsrollen weiter eingeschränkt wird. Die Drehbewegung der Seilklemme quer zur Fahrtrichtung wird unterbunden, während die Kabine bzw. der Sessel aufgrund des Drehfreiheitsgrades und der elastischen Bauteilverformungen weiterpendelt. Um den Ansprüchen an Wirt-

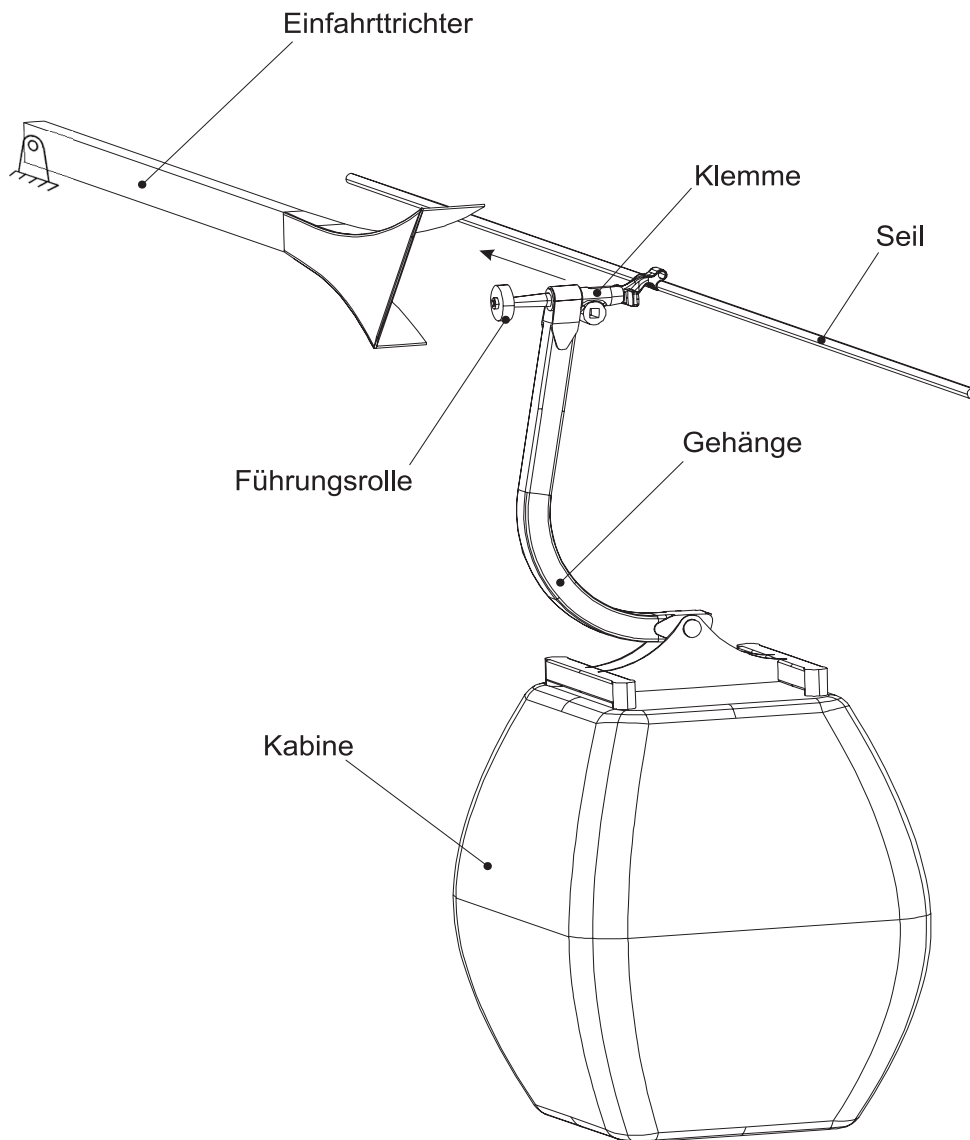


Abbildung 2.1: Bei der Stationseinfahrt beteiligte Komponenten

schaftlichkeit und Fahrkomfort gerecht zu werden, geht der Trend beim Bau moderner kuppelbarer Einseilumlaufbahnen zu immer größeren Fahrbetriebsmitteln (8er-Sessel und 15er-Kabinen) und zu höheren Fahrgeschwindigkeiten. Außerdem werden aufgrund ihres Naturbildes und der anfallenden Kosten die Stationsbauten zunehmend kürzer ausgeführt. All dies sind Faktoren, welche die Bauteilbeanspruchung durch dynamische Effekte erhöhen. Größere Fahrbetriebsmittel rufen aufgrund der höheren Masse entsprechend größere Massenkräfte hervor. Die Fahrgeschwindigkeit geht

in die kinetische Energie des Systems quadratisch ein, wodurch sich diese bei bereits geringer Geschwindigkeitszunahme erheblich erhöht. Ein Teil der Bewegungsenergie muß bei Stationseinfahrt durch den Trichter aufgenommen werden. Um den Festigkeitsforderungen der Vorschriften gerecht zu werden, betreiben Hersteller und Aufsichtsbehörden zeit- und kostenaufwendige Meßverfahren.

Zur Unterstützung dieser aufwendigen Messungen wird am Lehrstuhl ein Programm zur Simulation der Stationseinfahrt von kuppelbaren EUB entwickelt. Mittels numerischer Methoden wird das Bewegungsverhalten der am Einfahrtvorgang beteiligten Bauteile (Klemme, Gehänge, Kabine und Trichter) mit Hilfe eines mathematisch-mechanischen Ersatzmodells berechnet. In Folge können die auftretenden Bauteilbeanspruchungen klassisch oder mit Hilfe der Finiten Elemente Methode (FEM) berechnet werden. Dem Berechnungsprogramm liegt derzeit ein mechanisches Ersatzmodell zugrunde, welches die Bauteilelastizitäten nicht berücksichtigt.

Ziel dieser Arbeit ist die Modellierung eines mechanischen Ersatzmodells unter Berücksichtigung der Bauteilelastizitäten, um den Einfluß der elastischen Bauteilverformungen auf das Bewegungsverhalten und der Bauteilbelastungen zu untersuchen. Ausgehend von Überlegungen, welche Bauteile bei den auftretenden Belastungen maßgebend verformt werden, wurden mehrere Modelle unterschiedlichen Diskretisierungsniveaus generiert (Kapitel 3). Um das elastische Verhalten nachzubilden, wurden elastische Bindungen zwischen den als Starrkörper modellierten Teilkörpern eingesetzt. Zur Berechnung der Ersatzfedersteifigkeiten kam die Methode der Finiten Elemente zum Einsatz. Mit Hilfe des Mehrkörpersimulationsprogramms ADAMS[®] wurden die Modelle simuliert und das System bester Eignung ausgewählt (Kapitel 4). Schließlich wurden mit den Methoden von LAGRANGE und NEWTON-EULER die Bewegungsgleichungen hergeleitet (Kapitel 5), da diese zur Implementierung in das Simulationsprogramm benötigt werden.

Kapitel 3

Mechanische Ersatzmodelle

Modelle dienen der Nachbildung des Verhaltens realer Systeme, welche auf den ersten Blick oft sehr komplex und undurchsichtig erscheinen. Durch sinnvolle Vereinfachungen kann das grundsätzliche Verhalten erkannt und einer Berechnung zugänglich gemacht werden. Physikalische Effekte, welche das Systemverhalten nicht wesentlich beeinflussen, können in Modellen ausgeblendet werden. Dies sind meist Erscheinungen, deren physikalische Wirkungsweise unzureichend bekannt sind und somit eine sinnvolle Modellierung auch kaum verwirklicht werden kann.

Zur Beschreibung der Bewegung mehrerer Körper bedient man sich mechanischer Modelle, sog. Mehrkörpersysteme (MKS). Koppellemente verbinden die einzelnen Teilkörper miteinander und schränken sie in ihrer Bewegungsfreiheit ein. Dabei ist für die Aussagekraft des Modells die Anordnung und Art der Körper und Koppellemente von entscheidender Bedeutung. Nach Generierung des Ersatzmodells können anhand verschiedener Methoden die Bewegungsgleichungen aufgestellt werden. Der Aufwand dafür nimmt mit der Komplexität des Modells (Anzahl der Körper, Freiheitsgrade, Bindungen ...) rasch zu. Deshalb muß bei der Modellierung dem Grundsatz "So einfach wie möglich, so komplex wie nötig" [Bre-92] Rechnung getragen werden. Mit der Qualität eines Modells wird also nicht nur die realitätsnähe, sondern auch der rechnerische Aufwand und die Eignung zur Interpretation eines Modells bewertet.

Die Modellierung von Maschinen als Mehrkörpersysteme eignet sich besonders gut, da Maschinen aus vielen Einzelkörpern bestehen, die meist in bekannter Weise miteinander gekoppelt sind. Masseeigenschaften, wie Masse, Schwerpunktlage oder Trägheitstensor, lassen sich heute in einfacher Weise mit CAD-Systemen bestimmen, da die Geometrie der Teilkörper in vielen Fällen bekannt ist. Schwieriger ist die Definition der Anordnung und Art der Koppellemente, sowie die Abschätzung des Diskretisierungsniveaus. Die Modellierung ist stets ein iterativer Prozeß, der wie in Abbildung 3.1 dargestellt, aus mehreren Teilschritten besteht. Das so entstandene Modell wird im zwei-

ten Schritt auf das Systemverhalten hin untersucht. Das kann theoretisch durch Herleiten und Lösen der Bewegungsgleichungen, oder wie heute üblich, mit Mehrkörpersimulationsprogrammen erfolgen. Im dritten Schritt erfolgt der Vergleich zwischen Modell und Realität, wobei die Frage, ob das Ersatzsystem ausreichend wirklichkeitstreu ist, im Vordergrund steht. Nach Beantwortung dieser Frage erfolgt im Falle einer notwendigen Modifikation die Überlegung, welche Veränderungen an den Koppelbedingungen und Teilkörpern vorgenommen werden müssen. Diese Vorgehensschleife wird so oft wiederholt, bis das Modellverhalten die Realität ausreichend genau wiedergibt.

Um den Rahmen dieser Arbeit nicht zu sprengen, wird auf die Darstellung des gesamten Iterationsprozesses verzichtet, und nur der letzte Iterationsschritt beschrieben. In diesem Kapitel werden drei Modellierungsvarianten aufgezeigt.

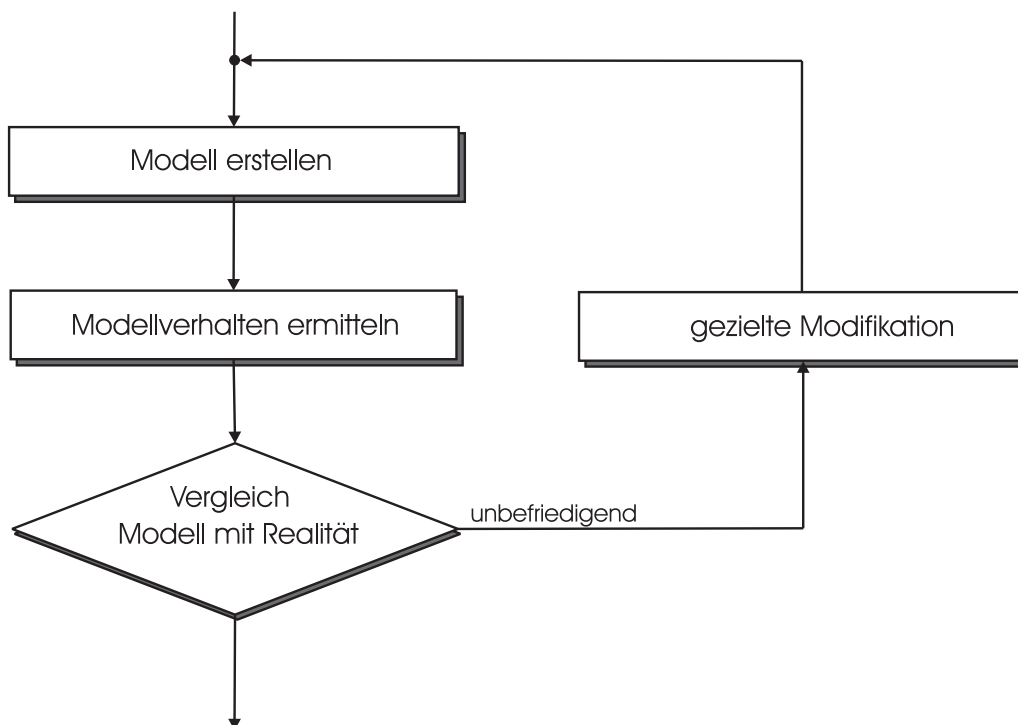


Abbildung 3.1: Vorgehensweise bei der Modellierung

3.1 Mehrkörpersystem ohne Gehängeelastizität

Im folgenden Modell wird der Einfluß der Gehängeelastizität nicht berücksichtigt. Das System besteht aus vier Starrkörpern, Einfahrttrichter, Gehänge mit Klemme, Kabine und Seil, die in einfacher Weise miteinander gekoppelt sind. Dieses Modell dient im Vergleich mit den Modellen, bei denen die Gehängeelastizität berücksichtigt wird, als Referenzmodell zur Untersuchung des Einflusses der Elastizität auf das Bewegungsverhalten und der Bauteilbelastung.

3.1.1 Topologie

Untenstehender Abbildung ist die Anordnung der Teilkörper und Koppellemente zu entnehmen. Das mit Seilgeschwindigkeit v translatorisch bewegte Gehänge ist um die

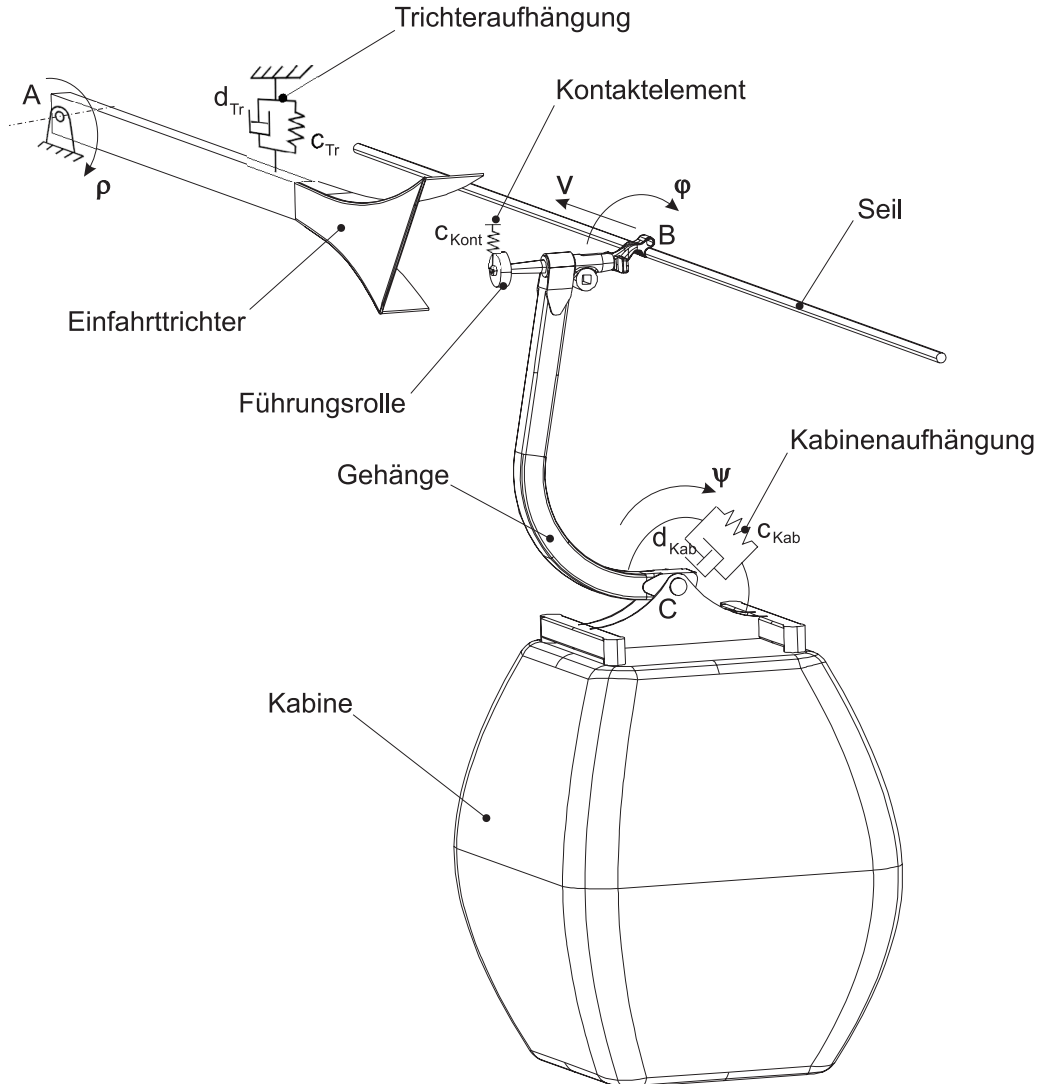


Abbildung 3.2: Topologie des MKS ohne Gehängeelastizität

Seillängsachse im Punkt B reibungsfrei drehbar gelagert. Im Bereich des Einfahrttrichters wird das Seil zwischen mehreren Seilrollen geführt, sodaß es als starrer Balken betrachtet wird. Die Kabine ist dem Gehänge gegenüber im Gelenkpunkt C drehbar aufgehängt und durch ein Feder-Dämpfer-Element, der Kabinenaufhängung, daran gekoppelt. Durch die Trichteraufhängung wird die Bewegungsfreiheit des in A drehbar gelagerten Einfahrttrichters eingeschränkt. Der Winkel φ beschreibt die Auslenkung des Gehänges bezüglich des translatorisch bewegten Inertialsystems, ψ den relativen Winkel zwischen Gehänge und Kabine. Bei Kollision der Führungsrolle mit dem Einfahrttrichter wird dieser um den Winkel ρ ausgelenkt. Die dabei auftretende Kopplung übernimmt das lineare Kontaktelement.

3.1.2 Masseigenschaften der Teilkörper

Einfahrtrichter

Die Masseigenschaften des Trichters wurden mit Hilfe eines CAD-Systems berechnet. Dazu wurde die Geometrie des Trichters, wie unten dargestellt, als 3D-Modell nachgebildet.

- Masse des Einfahrtrichters: $m_{Tr} = 189.6 \text{ kg}$

- Ortsvektor des Schwerpunktes: $S_{Tr} \text{ (xyz): } \vec{r}_{Tr} = \begin{pmatrix} -3,131 \\ 11 \cdot 10^{-3} \\ 0,19 \end{pmatrix} [\text{m}]$

- Trägheitstensor um A (xyz): $\underline{\Theta}_{Tr} = \begin{pmatrix} 11,73 & -13,29 & -134,45 \\ & 2348,02 & 0,76 \\ \text{sym.} & & 2343,05 \end{pmatrix} [\text{kgm}^2]$

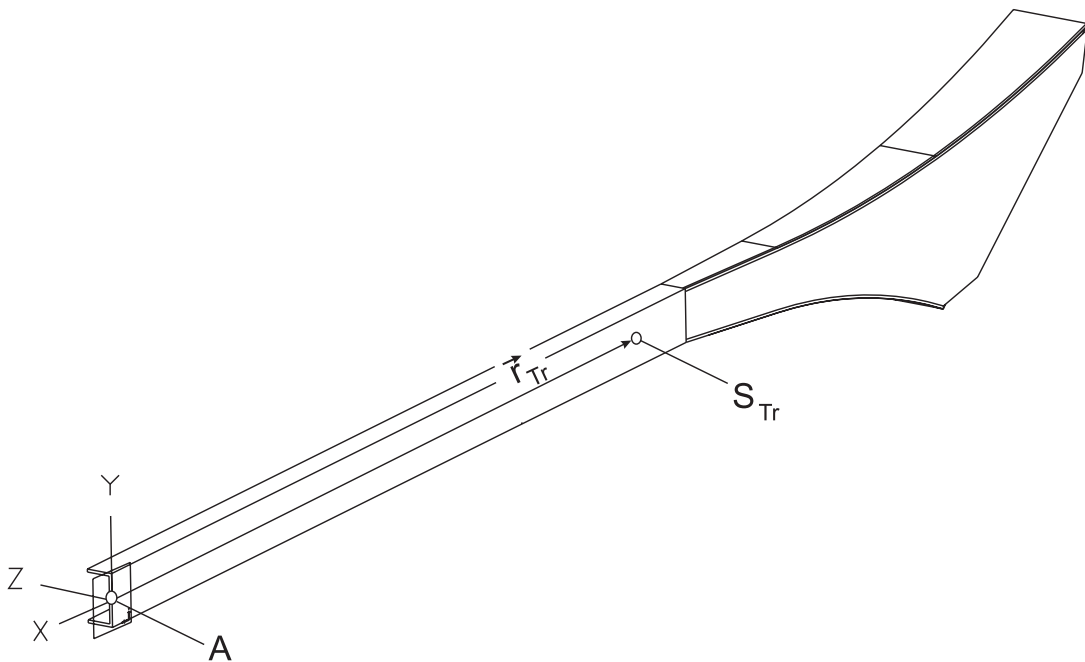


Abbildung 3.3: 3D-Modell des Einfahrtrichters

Gehänge mit Klemme

Zur Ermittlung der Masseigenschaften des Gehänges mit Klemme wurde wie oben vorgegangen. Nicht berücksichtigt wurde bei der Modellierung der Klemme der Hebelmechanismus, der zum Öffnen und Schließen der Klemme dient.

3.1. MEHRKÖRPERSYSTEM OHNE GEHÄNGEELASTIZITÄT

- Masse des Gehänges mit Klemme: $m_{Geh} = 104 \text{ kg}$
- Ortsvektor des Schwerpunktes S_{Geh} (xyz): $\vec{r}_{Geh} = \begin{pmatrix} 0 \\ -0,658 \\ -0,359 \end{pmatrix} [m]$
- Trägheitstensor um B (xyz): $\Theta_{Geh} = \begin{pmatrix} 106,14 & -0,03 & -0,02 \\ & 19,64 & 18,35 \\ sym. & & 86,89 \end{pmatrix} [kgm^2]$

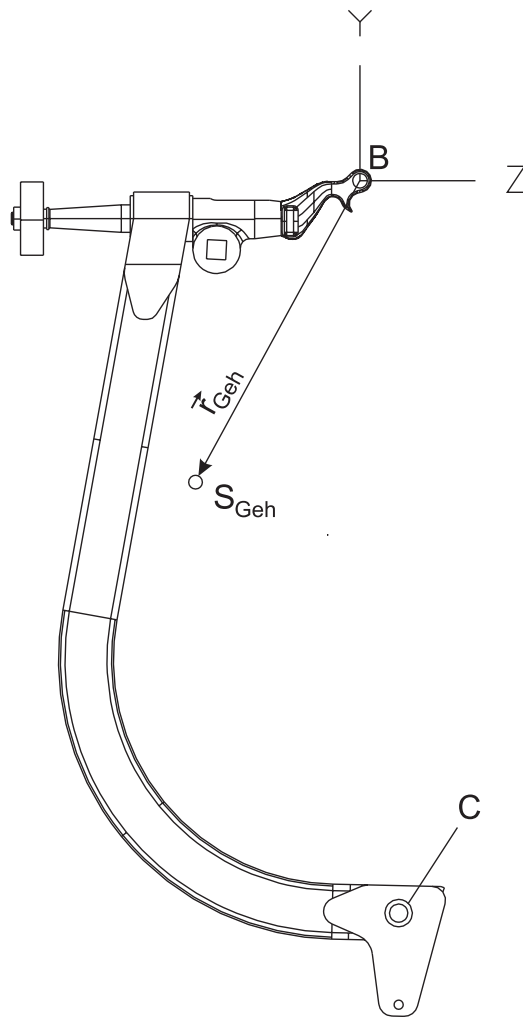


Abbildung 3.4: 3D-Modell des Gehänges

Kabine

Aufgrund lückenhafter Konstruktionsunterlagen der Kabine war eine Berechnung der Masseigenschaften wie oben nicht sinnvoll. Nach Rücksprache bei einem Seilbahnhersteller wurden folgende Annahmen getroffen:

3.1. MEHRKÖRPERSYSTEM OHNE GEHÄNGEELASTIZITÄT

- Masse der leeren Kabine: $m_{Kab,leer} = 300 \text{ kg}$
- Masse der Fahrgäste: $m_{Last} = 6 \times 80 \text{ kg} = 480 \text{ kg}$

Somit ergibt sich die Gesamtmasse zu:

- Masse der voll besetzten Kabine: $m_{Kab} = 780 \text{ kg}$
- Ortsvektor des Schwerpunktes: $S_{Kab} \text{ (xyz): } \vec{r}_{Kab} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1,5 \\ 0 \end{pmatrix} [m]$

Trägheitstensor um den Drehpunkt C (xyz): $\underline{\Theta}_{Kab} = \begin{pmatrix} 500 & x & x \\ & 300 & x \\ sym. & & 500 \end{pmatrix} [kgm^2]$

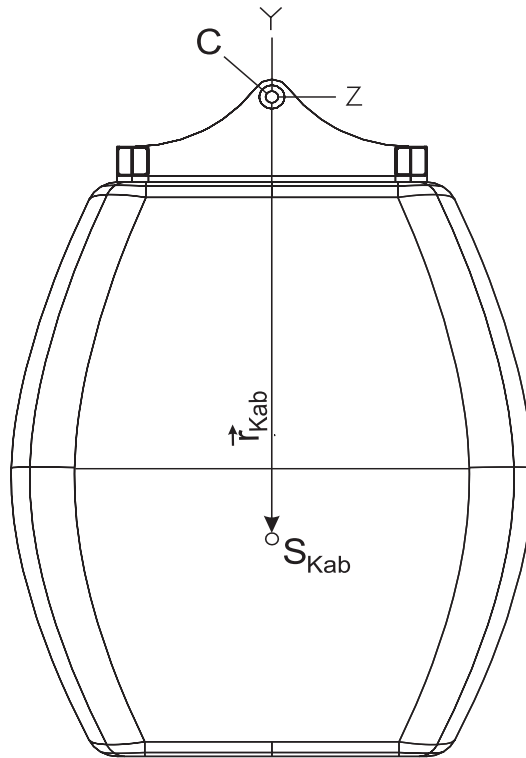


Abbildung 3.5: 3D-Modell der Kabine

3.1.3 Koppelbedingungen

Trichteraufhängung

Der Einfahrttrichter ist mit der Station durch eine Feder-Dämpfer-Kombination in Parallelschaltung gekoppelt (vgl. Abbildung 3.2). Dadurch wird die Führungsrolle vom

Trichter “weich” aufgenommen, und die stoßhafte Belastung reduziert. Die Feder- und Dämpfungskonstante sind aus Herstellerangaben bekannt:

- Federsteifigkeit der Trichteraufhängung: $c_{Tr} = 15000 \frac{N}{m}$
- Dämpfungskonstante der Trichteraufhängung: $d_{Tr} = 7000 \frac{Ns}{m}$

Kabinenaufhängung

Die Kabinenaufhängung begrenzt und dämpft die Pendelbewegung der Kabine um den Gelenkpunkt C (vgl. Abbildung 3.2). Eine gute Abstimmung der Federsteifigkeit und der Dämpfung erhöht den Komfort bei der Stationseinfahrt nachhaltig. Die Federsteifigkeit ist aus Herstellerangaben bekannt, die Dämpfungskonstante wurde geschätzt.

- Federsteifigkeit der Kabinenaufhängung: $c_{Kab} = 15600 \frac{Nm}{rad}$
- Dämpfungskonstante der Kabinenaufhängung: $d_{Kab} = 100 \frac{Nms}{rad}$

Kontaktelement

Bei Auslenkung des Fahrbetriebsmittels vor der Stationseinfahrt (Wind, ungleichmäßige Lastverteilung) kommt es zur Kollision zwischen Führungsrolle und Trichter. Dabei werden durch die auftretenden Kontaktkräfte gleichzeitig mehrere Bauteile wesentlich verformt. Die in Reihe geschalteten Elastizitäten des Trichters, der Führungsrolle und des Achszapfens wurden als Ersatzelastizität mit linearer Kennlinie vereinfacht. Die exakte Ermittlung der Ersatzelastizität ist nicht Gegenstand dieser Arbeit und wurde wie folgt geschätzt:

- Federsteifigkeit des Kontaktelements: $c_{Kont} = 10 \cdot 10^6 \frac{N}{m}$

3.2 4-Körpermodell mit Gehängeelastizität

Das Gehänge ist ein sehr schlankes, biegeweiches Bauteil. Bei Kollision des Fahrzeugs mit dem Trichter wird die kinetische Energie des Gehänges und der Kabine teils in elastische Verformungsarbeit des Gehänges, teils in kinetische Energie des Trichters umgewandelt. Wie sich später zeigen wird, wirkt sich die Elastizität des Gehänges weniger auf das Bewegungsverhalten, als auf die Höhe der Kontaktkraft zwischen Führungsrolle und Trichter aus. Wird die Nachgiebigkeit des Gehänges nicht berücksichtigt, liefert die Simulation größere Bauteilbeanspruchungen als in Realität auftreten.

Um dieser Verfälschung entgegenzuwirken, wird die Gehängeelastizität ins Modell aufgenommen.

3.2.1 Topologie

Folgender Abbildung ist die Anordnung der Teilkörper und Koppellemente zu entnehmen. Bis auf die hier eingeführten translatorischen Freiheitsgrade des Kabinen-

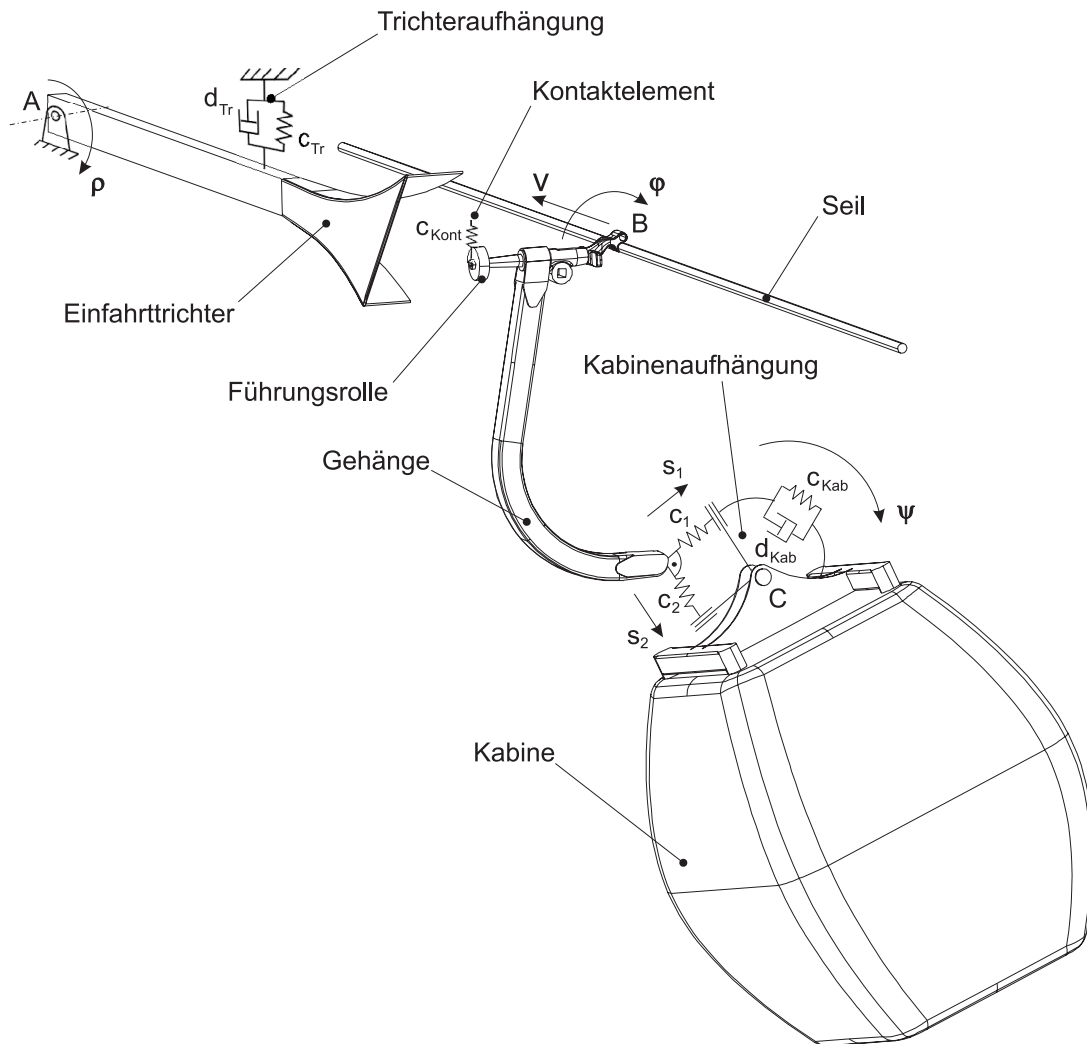


Abbildung 3.6: Topologie des MKS mit Gehängeelastizität - 4 Körpermodell

drehpunktes, entspricht dieses Modell dem in Kapitel 3.1.1 beschriebenen MKS. Um die elastische Nachgiebigkeit des Gehänges zu simulieren, kann sich der Drehpunkt C der Kabine in der von s_1 und s_2 aufgespannten Ebene verschieben. Die Gehängeelastizität wird durch die beiden senkrecht zueinander angeordneten Federn c_1 und c_2 ausgedrückt. Aufgrund der lotrechten Anordnung sind die Verschiebungen voneinander unabhängig.

3.2.2 Teilkörper

Für die Teilkörper dieses Modells gelten dieselben Annahmen wie in Kapitel 3.1.2.

3.2.3 Koppelbedingungen - Berechnung der Gehängeelastizität

Im folgenden wird lediglich auf die Ermittlung der Gehängeelastizitäten c_1 und c_2 eingegangen. Für die restlichen Koppelbedingungen gelten dieselben Annahmen wie in Kapitel 3.1.3.

FEA-Finite Elemente Analyse

Wie in Kapitel 2 kurz angedeutet, wurde die Steifigkeit des Gehänges mit Hilfe einer Finiten-Elemente-Analyse berechnet. Die FEM ist ein numerisches Verfahren zur Lösung von Festigkeitsproblemen im elastischen und plastischen Verformungsbereich. Nach Festlegen der Randbedingungen und Belastungen können Spannungen und Verformungen berechnet oder Stabilitätsprobleme untersucht werden. Das zu berechnende Kontinuum wird in ein Netz endlich großer Elemente, den sog. Finiten Elementen unterteilt, die an den Knoten miteinander verbunden sind (Pre-Processing). Je nach geometrischer Ausdehnung und möglichen Verschiebungsrichtungen (Freiheitsgrade) der Knoten unterscheidet man verschiedene Elementtypen (vgl. Abbildung 3.7). Aus den Knotenverschiebungen ergibt sich unter Beachtung des maßgeblichen Materialgesetzes, im Falle einer linear-elastischen Rechnung dem HOOKEschen Gesetz, die Steifigkeitsmatrix der Elemente. In Kombination mit den Gleichgewichtsbedingungen erhält man nach Lösen der linearen Gleichungssysteme hoher Ordnung die unbekanntenen Verschiebungen (Solution). Dieses Verfahren setzt die Matrizenrechnung und den Einsatz von Rechnern voraus. Moderne Programme ermöglichen im Anschluß daran die grafische Visualisierung von Verschiebungen, Spannungen etc. (Post-Processing).

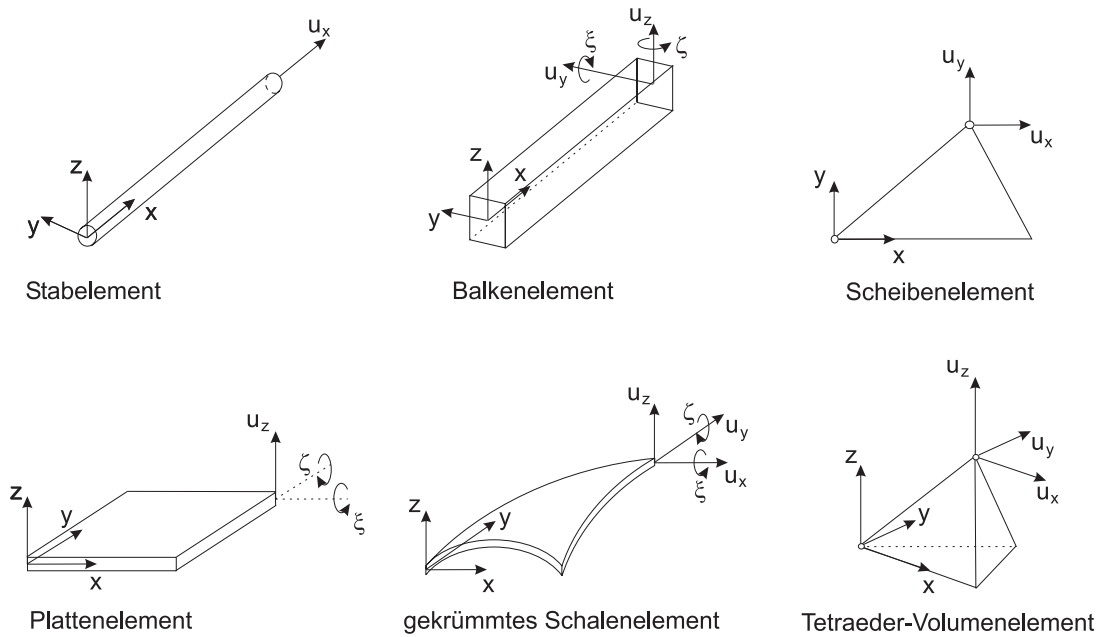


Abbildung 3.7: Typen Finiter Elemente

Das Gehänge als Balkenmodell

Aufgrund der schlanken Ausführung des Gehänges, bietet sich eine Modellierung als Balkenmodell an. Der Bogen wurde in Balkenelemente unterteilt, wobei in den Bereichen mit stärkerer Krümmung die Elementanzahl pro Längeneinheit größer ist. Zur Definition der Balkenelemente reicht der Querschnitt, die Elementlänge und Materialkennwerte aus (siehe Abbildung 3.8).

Als Randbedingung wurde eine feste Einspannung in Punkt D, als Lasteinleitungspunkt der Kabinendrehpunkt C nach Abbildung 3.8 gewählt. Wie sich bei Voruntersuchungen herausstellte, führen die Kräfte zu wesentlich größeren Verformungen als die auftretenden Biegemomente. Dazu wurden die Reaktionen im Drehgelenk der Kabinenaufhängung durch eine Simulation des MKS ohne Gehängeelastizität berechnet, wobei sich zeigte, daß die auftretenden Momente entscheidend geringer als die Reaktionskräfte sind. Die im Punkt C angreifenden Momente ergeben sich durch die Feder und dem Dämpfer der Kabinenaufhängung, wenn sich die Kabine relativ zum Gehänge dreht. Das Federmoment ist proportional zur Auslenkung, das Dämpfungsmoment proportional zur Auslenkgeschwindigkeit. Mit diesen Lasten konnte das FE-Modell belastet und die daraus resultierenden Verschiebungen ermittelt werden. Vereinfachend wird im Folgenden angenommen, daß die Verformung des Gehänges im wesentlichen nur durch Kräfte, nicht durch Momente verursacht werden.

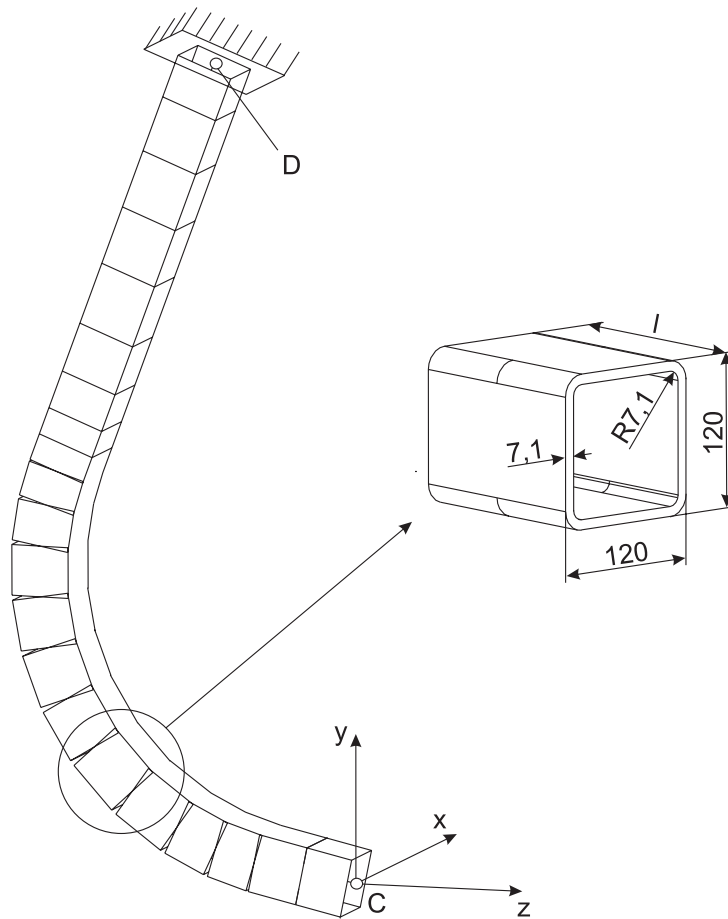


Abbildung 3.8: Balkenmodell

Berechnung der Ersatzsteifigkeiten c_1 und c_2

Der Zusammenhang zwischen Last \vec{P} und Verschiebung \vec{w} kann nach Einführung einer Steifigkeitsmatrix \underline{K} für jedes Balkenelement, als auch für die Gesamtstruktur wie folgt angegeben werden

$$\vec{P} = \underline{K} \cdot \vec{w} \quad (3.1)$$

Wird die Verschiebung des Gelenkpunktes C \vec{u}_c , die in ihm angreifende Last \vec{P}_c , und die Gesamtsteifigkeitsmatrix \underline{K}_{ges} eingesetzt, so hat Gleichung 3.1 die Form

$$\begin{pmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \alpha_{13} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \alpha_{23} \\ \alpha_{31} & \alpha_{32} & \alpha_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_x \\ u_y \\ u_z \end{pmatrix} \quad (3.2)$$

Zur Bestimmung der Koeffizienten der Gesamtsteifigkeitsmatrix muß obenstehendes, lineares Gleichungssystem gelöst werden. Dazu werden die Verschiebungen dreier Lastfälle mit Hilfe einer FEA des Balkenmodells berechnet. In folgender Tabelle sind

die Ergebnisse zusammengefaßt. Man erhält nach Einsetzen der Verschiebungen und

$\vec{P} [N]$	$\vec{w}_c [mm]$
$\begin{pmatrix} 5000 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 7,88 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix} 0 \\ -5000 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 \\ -2,48 \\ -2,74 \end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 5000 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 \\ 2,74 \\ 4,34 \end{pmatrix}$

Tabelle 3.1: Verschiebungen bei verschiedenen Lastfällen

Lasten in Gleichung 3.2 untenstehendes Gleichungssystem.

$$\begin{aligned}
 \alpha_{11} \cdot 7,88 &= 5000 \\
 \alpha_{21} \cdot 7,88 &= 0 \\
 \alpha_{31} \cdot 7,88 &= 0 \\
 -\alpha_{12} \cdot 2,48 - \alpha_{13} \cdot 2,74 &= 0 \\
 -\alpha_{22} \cdot 2,48 - \alpha_{23} \cdot 2,74 &= -5000 \\
 -\alpha_{32} \cdot 2,48 - \alpha_{33} \cdot 2,74 &= 0 \\
 \alpha_{12} \cdot 2,74 + \alpha_{13} \cdot 4,34 &= 0 \\
 \alpha_{22} \cdot 2,74 + \alpha_{23} \cdot 4,34 &= 0 \\
 \alpha_{32} \cdot 2,74 + \alpha_{33} \cdot 4,34 &= 5000
 \end{aligned}$$

Damit lautet die Gesamtsteifigkeitsmatrix

$$\underline{K}_{ges} = \begin{pmatrix} 634,52 & 0 & 0 \\ 0 & 6665,44 & -4208,13 \\ 0 & -4208,13 & 3808,82 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} N \\ mm \end{bmatrix}$$

Um das so ermittelte elastische Verhalten drei Ersatzfedern zuordnen zu können, muß die Steifigkeitsmatrix auf Diagonalform gebracht werden. Die orthogonale Transformation des symmetrischen Tensors \underline{K}_{ges} , auch Hauptachsentransformation genannt,

führt die Gesamtsteifigkeitsmatrix in die Form

$$\underline{\tilde{K}}_{ges} = \begin{pmatrix} \tilde{\alpha}_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \tilde{\alpha}_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \tilde{\alpha}_{33} \end{pmatrix}$$

über. Die Diagonalelemente $\tilde{\alpha}_{11}$, $\tilde{\alpha}_{22}$, $\tilde{\alpha}_{33}$ entsprechen den Eigenwerten λ_i der Matrix \underline{K}_{ges} und werden mit der bekannten Gleichung

$$\det(\underline{K}_{ges} - \lambda_i \underline{E}) = \det \begin{pmatrix} 634,52 - \lambda_i & 0 & 0 \\ 0 & 6665,44 - \lambda_i & -4208,13 \\ 0 & -4208,13 & 3808,82 - \lambda_i \end{pmatrix} = 0 \quad (3.3)$$

bestimmt. Auf die ausführliche Darlegung der Entwicklung der Determinante und Berechnung der Eigenwerte wird hier verzichtet. Als Eigenwerte wurden berechnet

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= 634,52 \frac{N}{mm} \\ \lambda_2 &= 9681,05 \frac{N}{mm} \\ \lambda_3 &= 793,21 \frac{N}{mm} \end{aligned}$$

Somit ergibt sich nach Hauptachsentransformation die Gesamtsteifigkeitsmatrix zu

$$\underline{\tilde{K}}_{ges} = \begin{pmatrix} 634,52 & 0 & 0 \\ 0 & 9681,05 & 0 \\ 0 & 0 & 793,21 \end{pmatrix} \left(\frac{N}{mm} \right)$$

Die Diagonalelemente können so als Ersatzsteifigkeiten im Modell angesetzt werden. Ihre räumliche Ausrichtung bildet ein Rechtssystem, wobei eine Belastung in Richtung einer Feder jeweils nur eine Verschiebung dieser Feder bewirkt. Eine eindeutige Zuordnung von Belastung und Verschiebungen ist durch ein derartig entkoppeltes System einfach möglich. Die räumliche Ausrichtung der Ersatzsteifigkeiten entspricht den Hauptachsenrichtungen, die man durch die den Eigenwerten zugeordneten Eigenvektoren $\vec{d}_i(\lambda_i)$ erhält. Die Gleichung

$$(\underline{K}_{ges} - \lambda_i \underline{E}) \vec{d}_i = \begin{pmatrix} 634,52 - \lambda_i & 0 & 0 \\ 0 & 6665,44 - \lambda_i & -4208,13 \\ 0 & -4208,13 & 3808,82 - \lambda_i \end{pmatrix} \vec{d}_i = 0$$

liefert die Eigenvektoren. Nach Lösen der Gleichungssysteme erhält man

$$\vec{d}_1(xyz) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} [mm]$$

$$\vec{d}_2(xyz) = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -0.717 \end{pmatrix} [mm]$$

$$\vec{d}_3(xyz) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0,717 \\ 1 \end{pmatrix} [mm]$$

Das ursprüngliche (xyz) – System geht bei Transformation durch eine Drehung δ um die x -Achse in das Hauptachsensystem $(\tilde{x}\tilde{y}\tilde{z})$ über, was schon an den Eigenvektoren zu erkennen ist, da die x -Achse unverändert bleibt (siehe Abbildung 3.9). Der Drehwinkel δ beträgt

$$\delta = \arctan\left(\frac{0,717}{1}\right) = 35.64^\circ$$

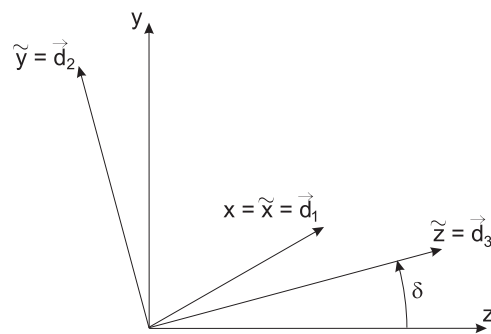


Abbildung 3.9: Entstehung des Hauptachsensystems

Im weiteren Verlauf dieser Arbeit wurden die Einflüsse der Elastizität in Fahrtrichtung (x -Achse) außer Acht gelassen, da diese das Querverhalten nur unwesentlich beeinflussen. Als Ersatzsteifigkeiten c_1 und c_2 können nach Abbildung 3.6 festgelegt werden

$$\begin{aligned} c_1 &= \lambda_3 = 793,21 \frac{N}{mm} \\ c_2 &= \lambda_2 = 9681,05 \frac{N}{mm} \end{aligned}$$

Entsprechend den Eigenvektoren ergibt sich für die Federn die Ausrichtung

$$\text{Feder } c_1 \implies \vec{d}_3$$

$$\text{Feder } c_2 \implies \vec{d}_2$$

Folgende Abbildung stellt zusammenfassend die Anordnung der Ersatzfedern des Gehänges dar.

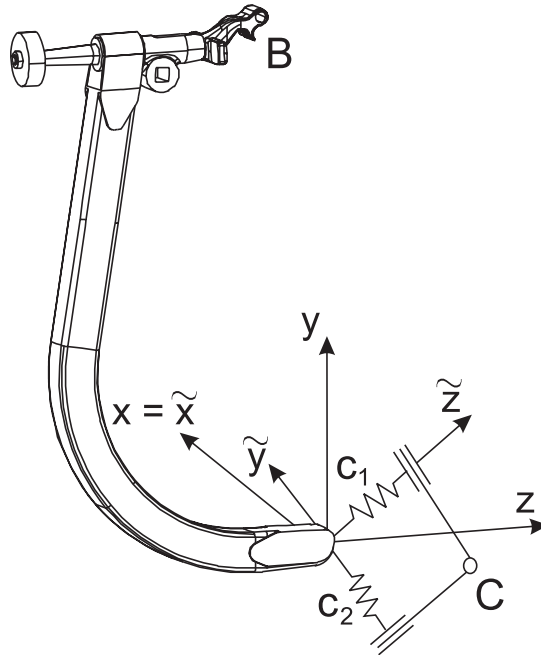


Abbildung 3.10: Anordnung der Ersatzfedern des Gehänges

3.3 9-Körpermodell mit Gehängeelastizität

Die zweite, in dieser Arbeit aufgezeigte Möglichkeit das Gehänge elastisch zu modellieren, ist die Unterteilung des Gehänges in mehrere Teilkörper, die durch Federn miteinander gekoppelt sind.

3.3.1 Topologie

Das Gehänge wurde bei diesem Modell in 6 Teilkörper, Klemme und Balken 1 ... 5 untergliedert, die durch Drehfedern $c_{\gamma_1} \dots c_{\gamma_5}$ in den Gelenkpunkten E ... I drehbar miteinander verbunden sind. Die gekrümmten Balkenabschnitte wurden durch gerade Balken angenähert. Ähnlich wie bei der Generierung des Finiten-Elemente-Modells

wurden im Bereich größerer Krümmung Balken geringerer Länge gewählt. Die Federn simulieren das elastische Verhalten der Teilkörper. Abbildung 3.11 zeigt das mechanische Ersatzmodell mit seiner Anordnung der Körper und Ersatzfedern. Zur Beschreibung des Verformungszustandes des Gehänges sind 5 rotatorische Freiheitsgrade $\gamma_1 \dots \gamma_5$ notwendig.

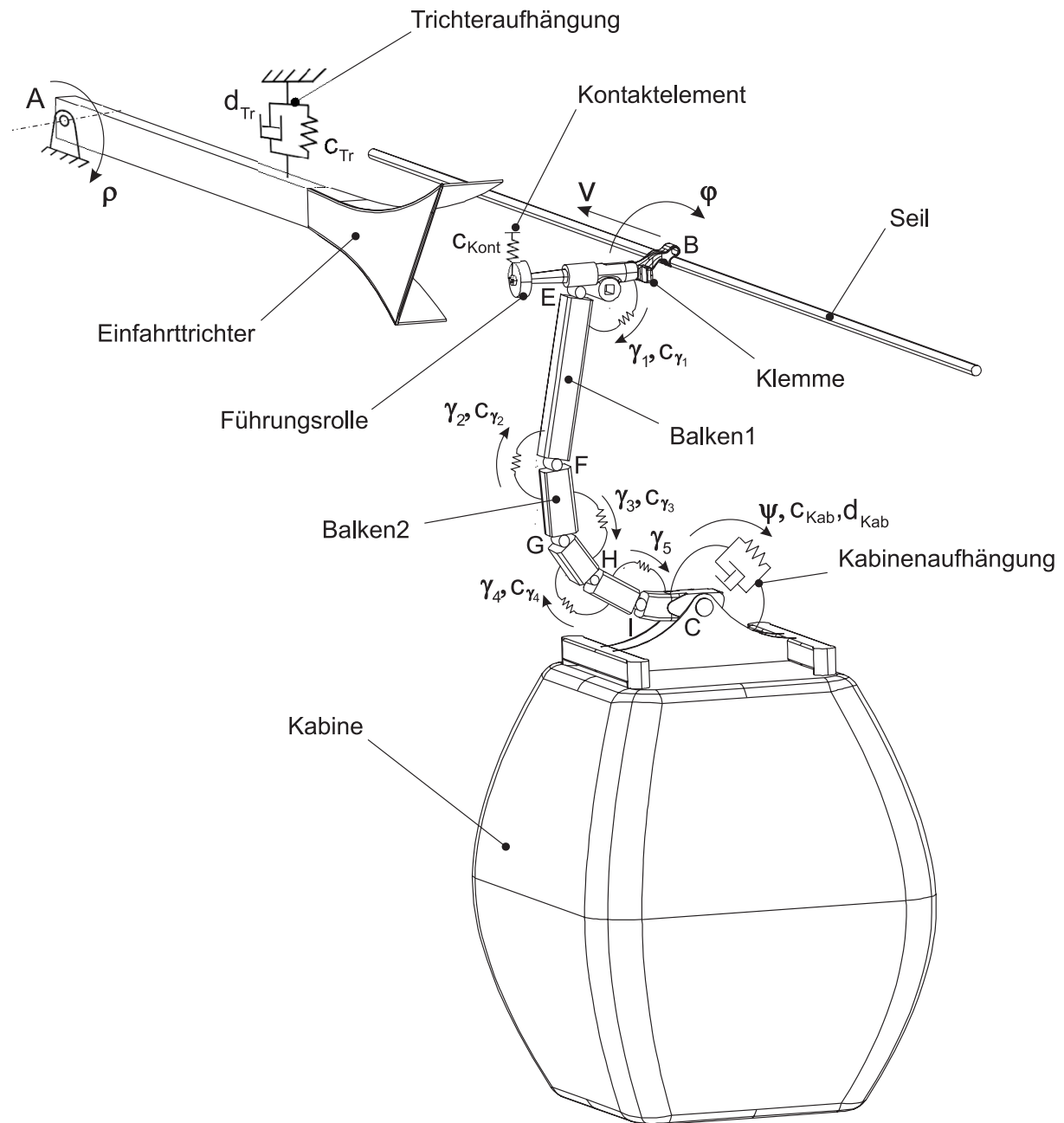


Abbildung 3.11: Topologie des MKS mit Gehängeelastizität - 9 Körpermodell

Die Ortsvektoren der Gelenkpunkte E ... I sind bezüglich des xyz- Koordinatensystems mit Ursprung in B (vgl. Abbildung 3.14) folgender Tabelle zu entnehmen.

Balken i	Ortsvektor der Gelenke
1	$\vec{r}_E = \begin{pmatrix} 0 \\ -0,031 \\ -0,432 \end{pmatrix} [m]$
2	$\vec{r}_F = \begin{pmatrix} 0 \\ -0,994 \\ -0,597 \end{pmatrix} [m]$
3	$\vec{r}_G = \begin{pmatrix} 0 \\ -1,294 \\ -0,532 \end{pmatrix} [m]$
4	$\vec{r}_H = \begin{pmatrix} 0 \\ -1,434 \\ -0,372 \end{pmatrix} [m]$
5	$\vec{r}_I = \begin{pmatrix} 0 \\ -1,539 \\ -0,142 \end{pmatrix} [m]$

Tabelle 3.2: Ortsvektoren der Balkengelenke

3.3.2 Teilkörper

Für die Masseigenschaften des Trichters und der Kabine gelten dieselben Annahmen wie in Kapitel 3.1.2.

Klemme

Die Schwerpunktlage, Masse und Trägheit der Klemme konnte anhand des unten abgebildeten CAD-Modells berechnet werden. Der Hebelmechanismus, der zum Öffnen und Schließen der Klemme dient, wurde bei der Modellierung der Klemme nicht berücksichtigt.

- Masse der Klemme: $m_{Kl} = 36,78 \text{ kg}$

- Ortsvektor des Schwerpunktes S_{Kl} (xyz): $\vec{r}_{Kl} = \begin{pmatrix} 0 \\ -0,086 \\ -0,372 \end{pmatrix} [m]$

- Trägheitstensor um B (xyz): $\underline{\Theta}_{Kl} = \begin{pmatrix} 7,380 & -0,001 & -0,005 \\ & 7,093 & 1,233 \\ sym. & & 0,384 \end{pmatrix} [kgm^2]$

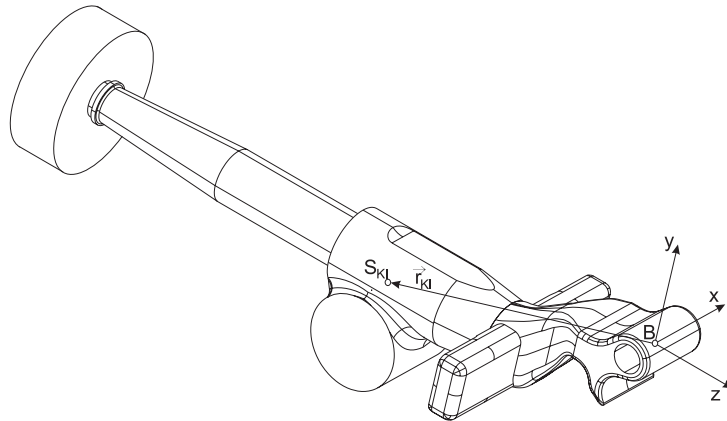


Abbildung 3.12: 3D-Modell der Klemme

Balken

Wie oben schon erwähnt, haben die Balken 1 ... 5 verschiedene Längen, also auch verschiedenen Massen, Trägheitsmomente und Schwerpunktlagen, jedoch denselben Querschnitt.

- Massen der Balken

Die Querschnittsfläche der Balken A_B (vgl. Abbildung 3.13) wurde vereinfacht wie folgt berechnet:

$$A_B = 2 \cdot 120\text{mm} \cdot 7,1\text{mm} + 2 \cdot (120\text{mm} - 2 \cdot 7,1\text{mm}) = 3206,36\text{mm}^2 \quad (3.4)$$

Für die Masse der Teilkörper ergibt sich bei Verwendung der Dichte von Stahl $\rho_{Stahl} = 7820 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ und der Balkenlängen $l_{B,i}$:

$$m_{B,i} = A_B \cdot \rho_{Stahl} \cdot l_{B,i} \quad (3.5)$$

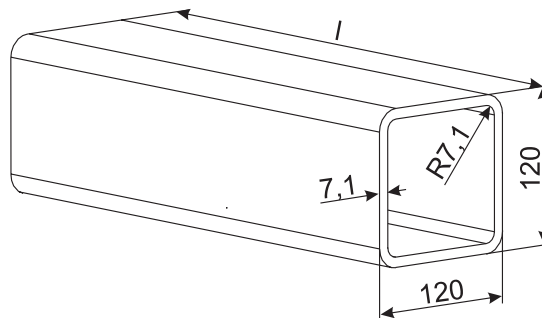


Abbildung 3.13: Querschnittsfläche der Balken

Die Ergebnisse der Massenberechnung sind Tabelle 3.3 zu entnehmen. An dieser Stel-

Balken i	Balkenlänge $l_{B,i}$ [m]	Masse $m_{B,i}$ [kg]
1	0,977	24,52
2	0,307	7,70
3	0,213	5,34
4	0,253	6,35
5	0,260	6,53

Tabelle 3.3: Massen der Balken

le sei angemerkt, daß die Gehängemasse dieses Modells von der Gehängemasse der beiden vorhergehenden Modelle geringfügig abweicht. Grund dafür sind Vereinfachungen des Gehänges. Hier wurden Massen der Versteifungsbleche im Bereich der Kabinenlagerung, sowie die der Gleitbuchsen vernachlässigt.

- Ortsvektoren der Schwerpunkte $S_{B,i}$

Die Ortsvektoren der Schwerpunkte $\vec{r}_{B,i}$ wurden bezüglich des xyz-System mit Ursprung im Gehängedrehpunkt B ermittelt (siehe Abbildung 3.14).

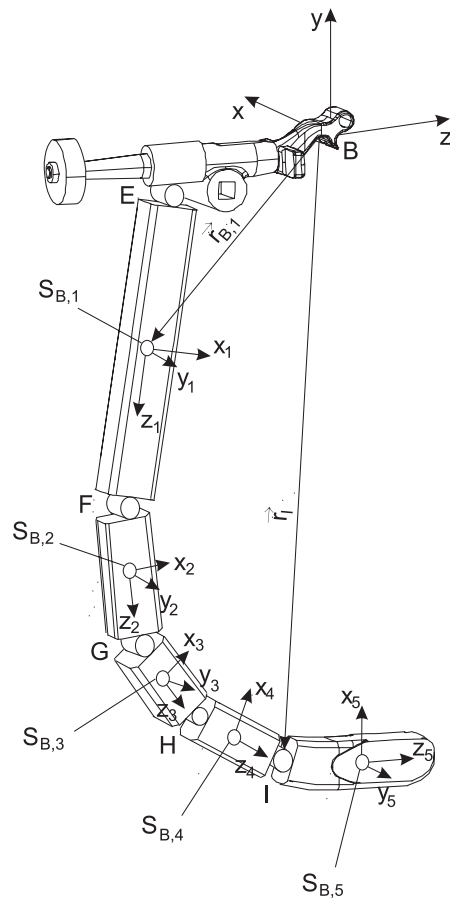


Abbildung 3.14: Schwerpunkte der Balken

Untenstehende Tabelle stellt die Ergebnisse dar.

Balken i	Schwerpunktlage $\vec{r}_{B,i}$ [m]
1	$\vec{r}_{B,1} = \begin{pmatrix} 0 \\ -0,512 \\ -0,514 \end{pmatrix}$
2	$\vec{r}_{B,2} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1,144 \\ -0,5645 \end{pmatrix}$
3	$\vec{r}_{B,3} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1,364 \\ -0,452 \end{pmatrix}$
4	$\vec{r}_{B,4} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1,486 \\ -0,257 \end{pmatrix}$
5	$\vec{r}_{B,5} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1,544 \\ -0,012 \end{pmatrix}$

Tabelle 3.4: Schwerpunkte der Balkenelemente

- Massenträgheitsmomente der Balken $\underline{\Theta}_{B,i}$

Die Trägheitsmomente wurden bezüglich der Schwerpunkte eines jeden Balkens und dessen lokalen Koordinatensystems (x_i, y_i, z_i) berechnet. Dazu wurden die Balken in vereinfachter Form aus vier rechteckigen Platten zusammengesetzt (vgl. Abbildung 3.15). Das Trägheitsmoment eines Balkens ergibt sich aus Addition der Trägheiten der einzelnen Platten mit Berücksichtigung des Steiner-Anteils.

$$\underline{\Theta}_{B,i} = \begin{pmatrix} J_{xx,i} & 0 & 0 \\ 0 & J_{yy,i} & 0 \\ 0 & 0 & J_{zz,i} \end{pmatrix}$$

$\underline{\Theta}_{B,i}$... Massenträgheitstensor des Balkenelements i bzgl. dessen Schwerpunktes

$J_{xx,i}$... Massenträgheitsmoment des Balkenelements i um die x – Achse

$J_{yy,i}$... Massenträgheitsmoment des Balkenelements i um die y – Achse

$J_{zz,i}$... Massenträgheitsmoment des Balkenelements i um die z – Achse

$$J_{xx,i} = J_{yy,i} = \frac{1}{6} \cdot (l_{B,i}^2 + a^2) \cdot \rho_{Stahl} \cdot l_{B,i} \cdot a \cdot s + \frac{1}{6} \cdot (l_{B,i}^2 + s^2) \cdot \rho_{Stahl} \cdot l_{B,i} \cdot s \cdot (a - 2 \cdot s) + 2 \cdot \left(\frac{a}{2} - \frac{s}{2}\right)^2 \cdot \rho_{Stahl} \cdot l_{B,i} \cdot s \cdot (a - 2 \cdot s) \quad (3.6)$$

$$J_{zz,i} = \frac{1}{6} \cdot l_{B,i} \cdot \rho_{Stahl} \cdot [a^4 - (a - 2 \cdot s)^4] \quad (3.7)$$

- a ... Seitenlänge des Profilrohrs
 s ... Wandstärke des Profilrohrs

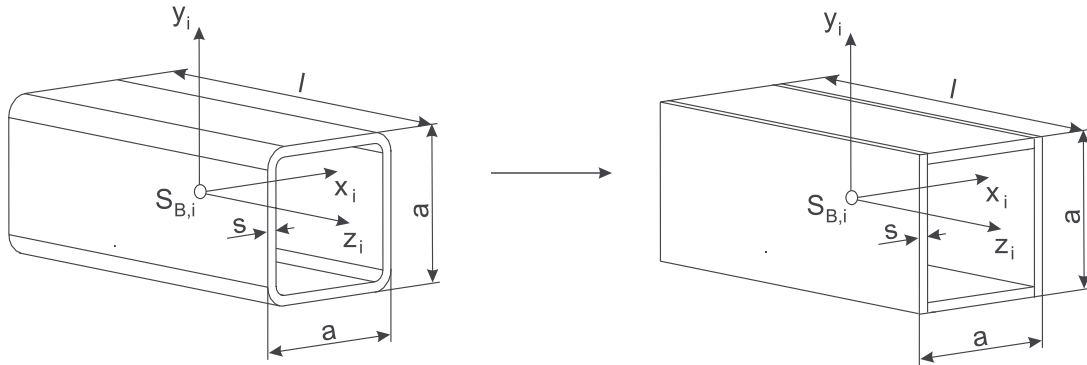


Abbildung 3.15: Vereinfachung der Balken

Nach Einsetzen der Balkenabmessungen in die Gleichungen 3.6 und 3.7 erhält man die Trägheitstensoren.

Balken i	Massenträgheitstensor $\vec{\Theta}_{B,i}$
1	$\vec{\Theta}_{B,1} = \begin{pmatrix} 2,0 & 0 & 0 \\ 0 & 2,0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,1 \end{pmatrix} [kgm^2]$
2	$\vec{\Theta}_{B,2} = \begin{pmatrix} 0,077 & 0 & 0 \\ 0 & 0,077 & 0 \\ 0 & 0 & 0,033 \end{pmatrix} [kgm^2]$
3	$\vec{\Theta}_{B,3} = \begin{pmatrix} 0,032 & 0 & 0 \\ 0 & 0,032 & 0 \\ 0 & 0 & 0,023 \end{pmatrix} [kgm^2]$
4	$\vec{\Theta}_{B,4} = \begin{pmatrix} 0,047 & 0 & 0 \\ 0 & 0,047 & 0 \\ 0 & 0 & 0,027 \end{pmatrix} [kgm^2]$
5	$\vec{\Theta}_{B,5} = \begin{pmatrix} 0,051 & 0 & 0 \\ 0 & 0,051 & 0 \\ 0 & 0 & 0,028 \end{pmatrix} [kgm^2]$

Tabelle 3.5: Massenträgheitsmomente der Balken

3.3.3 Koppelbedingungen

Für die Trichter- und Kabinenaufhängung sowie für das Kontaktelement gelten dieselben Annahmen wie in Kapitel 3.1.3.

Die elastische Eigenschaft der Balkenelemente soll durch die Drehfedern $c_{\gamma_1} \dots c_{\gamma_5}$ nachgebildet werden. Dazu wird ein einseitig eingespannter Balken mit der Länge l und dem Flächenträgheitsmoment I_x betrachtet, der durch eine Einzelkraft F belastet wird und dabei die Durchbiegung f erfährt. Dieselbe Durchbiegung soll ein starrer Balken derselben Länge, der drehbar gelagert und mit einer Drehfeder c_γ gekoppelt ist, aufweisen. Bild 3.16 soll diesen Sachverhalt verdeutlichen. Für die Durchbiegung des

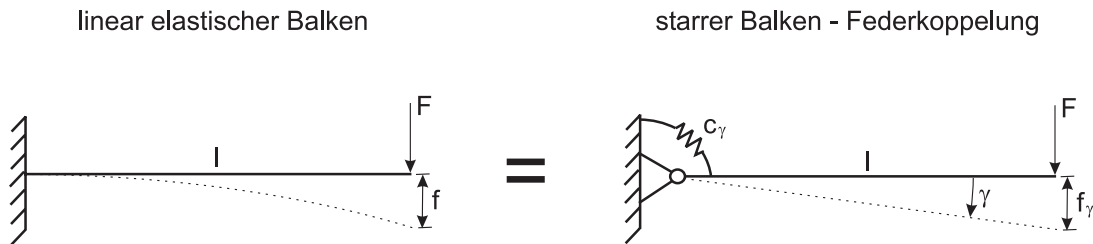


Abbildung 3.16: Vergleichsmodell elast. Balken - starrer Balken mit Drehfeder

elastischen Balkens bei gerader Biegung ergibt sich

$$f = F \cdot \frac{l^3}{3 \cdot E_{Stahl} \cdot I_x} \quad (3.8)$$

Darin ist E_{Stahl} der E-Modul von Stahl und I_x das Flächenträgheitsmoment der Balken um die x-Achse (vgl. Abbildung 3.15). Belastet man den in Abbildung 3.16 dargestellten starren Balken mit derselben Querkraft F , so wird er um γ verdreht. Dieser Zusammenhang läßt sich in der Form

$$\gamma = \frac{M_b}{c_\gamma} = \frac{F \cdot l}{c_\gamma} \quad (3.9)$$

M_b ... Biegemoment

schreiben. Die Durchbiegung f_γ (vgl. Abbildung 3.16) berechnet sich aus

$$f_\gamma = l \cdot \sin(\gamma) \quad (3.10)$$

Für kleine Auslenkungen γ ist folgende Näherung gültig

$$f_\gamma = l \cdot \gamma \quad (3.11)$$

Formt man diese Näherung zu $\gamma = \frac{f_\gamma}{l}$ um und setzt sie in Gleichung 3.9 ein, so erhält man nach Auflösen nach f_γ

$$f_\gamma = F \cdot \frac{l^2}{c_\gamma} \quad (3.12)$$

Fordert man, daß die Kraft F bei beiden Balkenmodellen dieselbe Durchbiegung hervorrufen soll, so kann man die Gleichungen 3.8 und 3.12 gleichsetzen und erhält

$$F \cdot \frac{l^3}{3 \cdot E_{Stahl} \cdot I_x} = F \cdot \frac{l^2}{c_\gamma} \quad (3.13)$$

Durch Umformen von Gleichung 3.13 ergibt sich die Bestimmungsgleichung für die Drehfedersteifigkeit c_γ wie folgt

$$c_\gamma = \frac{3 \cdot E_{Stahl} \cdot I_x}{l} \quad (3.14)$$

Als noch unbekannte Größe ist das Flächenträgheitsmoment I_x zu bestimmen. Dazu wird der Querschnitt nach untenstehender Abbildung vereinfacht.

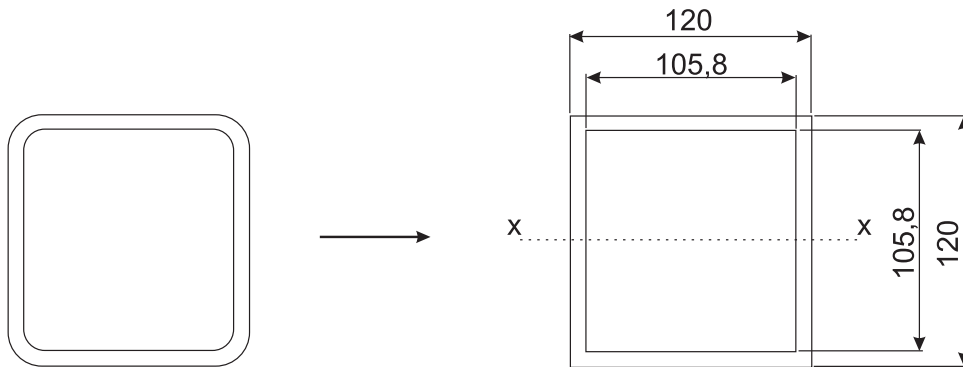


Abbildung 3.17: Vereinfachung des Querschnitts

Somit ergibt sich I_x zu

$$I_x = \frac{(120\text{mm})^4 - (105,8\text{mm})^4}{12} = 6838,5 \cdot 10^3 \text{mm}^4 \quad (3.15)$$

Mit den Balkenlängen $l_{B,i}$ und dem E-Modul $E_{Stahl} = 210.000 \frac{N}{\text{mm}^2}$ lassen sich folgende Ersatzsteifigkeiten berechnen.

Balken	Balkenlänge $l_{B,1}$ [mm]	Ersatzsteifigkeit c_{γ_i} $\left[\frac{Nm}{rad}\right]$
1	977	4409700
2	307	14033476
3	213	20226653
4	253	17028763
5	260	16570296

Tabelle 3.6: Ersatzsteifigkeiten c_{γ_i}

Kapitel 4

Simulation und Vergleich der Modelle

Die im vorhergehenden Kapitel generierten Modelle zeichnen sich durch ihr dynamisches Bewegungsverhalten aus. Grundsätzlich gibt es mehrere Möglichkeiten Modelle zu analysieren. Experimentelle Untersuchungen liefern mit entsprechend großem Meßaufwand ebenso wie analytische Verfahren das zeitabhängige Verhalten. Für Systeme mit vielen Körpern, Freiheitsgraden und Bindungen ist das Aufstellen der Bewegungsgleichungen sehr aufwendig und die Lösung der nichtlinearen Differentialgleichungssysteme in der Regel nur näherungsweise möglich. Werden am Modell auch nur geringfügige Änderungen vorgenommen, so müssen die Bewegungsgleichungen erneut aufgestellt werden. Deshalb kommen heute Rechnerwerkzeuge zum Einsatz, die ein hohes Maß an Flexibilität hinsichtlich der Modellierung bieten.

Im Rahmen dieser Arbeit wurde das Softwarepaket ADAMS[®] eingesetzt, um die Stationseinfahrt der Modellvarianten zu simulieren und so das Bewegungsverhalten und die auftretenden Bindungskräfte zu ermitteln. Anschließende Vergleiche mit den Meßergebnissen, die im Rahmen von Einfahrversuchen bei der Abnahme einer realen EUB vorgenommen wurden, waren Grundlage für die Bewertung der Modelle und die Auswahl des Modells bester Eignung. Wie bei Simulationsprogrammen üblich, erfolgt ein Vorgehen in drei Schritten

- Modellerstellung (Pre-Processing)
- Berechnung (Solution)
- Auswertung (Post-Processing)

ADAMS[®] bietet zur Modellerstellung eine grafische Oberfläche ähnlich einem CAD-System an, mit der die Definition der Anordnung und Eigenschaften der Körper und Koppelbedingungen erfolgt. Zur Berechnung werden die Modelldaten automatisch an das Berechnungsprogramm, den Solver übergeben, der die Bewegungsgleichungen

löst. Im letzten Schritt bietet das Programm verschiedene Möglichkeiten der Auswertung. Durch eine Animation des Modells kann die Bewegung einzelner Körper oder aber auch des gesamten Systems veranschaulicht werden. Weiters können Reaktionskräfte, Verschiebungen, Geschwindigkeiten und Beschleunigungen angezeigt oder als Datei ausgegeben werden.

4.1 Bewegungsverhalten

Im folgenden werden Stationseinfahrten betrachtet, bei denen die Kabine und das Gehänge aus einer ruhenden Anfangsstellung (φ_0, ψ_0) ausgelenkt werden, und sich freischwingend dem Einfahrtrichter nähern. Der Abstand zwischen Fahrzeug und Trichter ist so gewählt, daß sich das System noch vor der ersten Kollision mit dem Trichter einschwingen kann. Dieser Einschwingvorgang (0 ... 8,9 s) ist in Abbildung 4.1 exemplarisch für das Modell ohne Gehängeelastizitäten dargestellt. Die Pendelbewe-

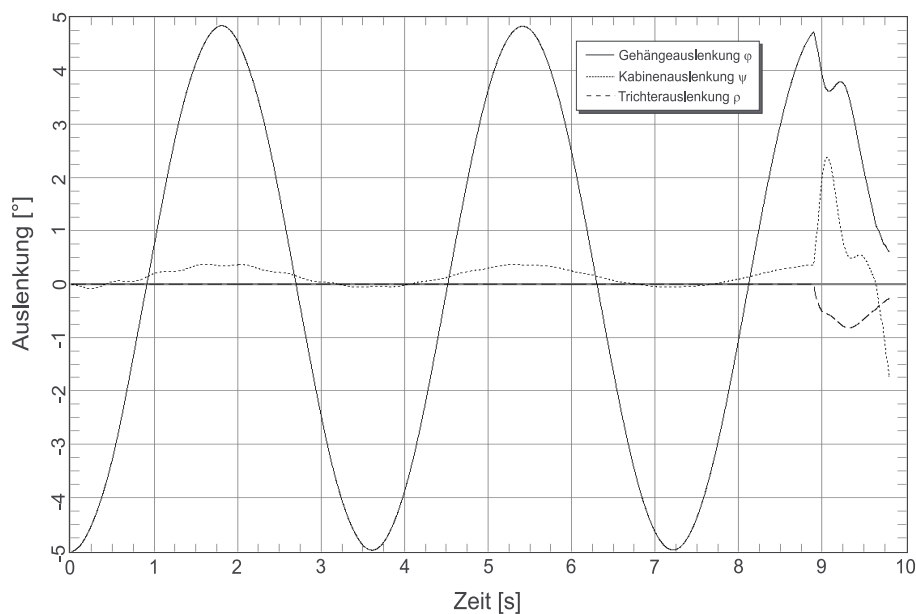


Abbildung 4.1: Einschwingvorgang

gung des Gehänges $\varphi(t)$ entspricht einer leicht gedämpften, harmonischen Schwingung mit einer Periode von ca. 3,6 Sekunden (entspricht 0,278 Hz). Die Dämpfung entsteht durch die Relativbewegung zwischen Gehänge und Kabine $\psi(t)$ als Dissipation im Dämpfer der Kabinenaufhängung. Sehr gut zu erkennen ist das Überschwingen der Kabine, wenn das Gehänge die größte bzw. kleinste Auslenkung erreicht (vgl. $\psi(t)$ in Abbildung 4.1). Dieser Bewegung ist anfangs eine Oberschwingung mit Eigenfrequenz der Kabinenaufhängung überlagert, die durch die Kabinendämpfung schnell abklingt. Schließlich kommt es durch die Querpendelbewegung zur Kollision und der Trichter

wird ebenfalls zur Bewegung angeregt. Um die Modelle miteinander vergleichen zu können, werden stets dieselben Anfangszustände verwendet. Darunter versteht man den Zustand der generalisierten Koordinaten und deren ersten und zweiten zeitlichen Ableitungen zu Beginn des betrachteten Zeitintervalls. Die Folge ist, daß der Trichter unabhängig vom Modell annähernd an der selben Stelle getroffen wird, da sich, wie Eingangs schon erwähnt, das Bewegungsverhalten der Modelle kaum unterscheidet.

	Anfangszustand
Trichterstellung ρ_0 [°]	0
Gehängestellung φ_0 [°]	5
Kabinenstellung ψ_0 [°]	0
Abstand Fahrzeug-Trichterdrehpunkt x [m]	49
Seilgeschwindigkeit $\frac{dx}{dt}$ $\left[\frac{m}{s} \right]$	5

Tabelle 4.1: Anfangszustand

Untenstehender Abbildung sind die Lage- und Winkeldefinitionen zu entnehmen.

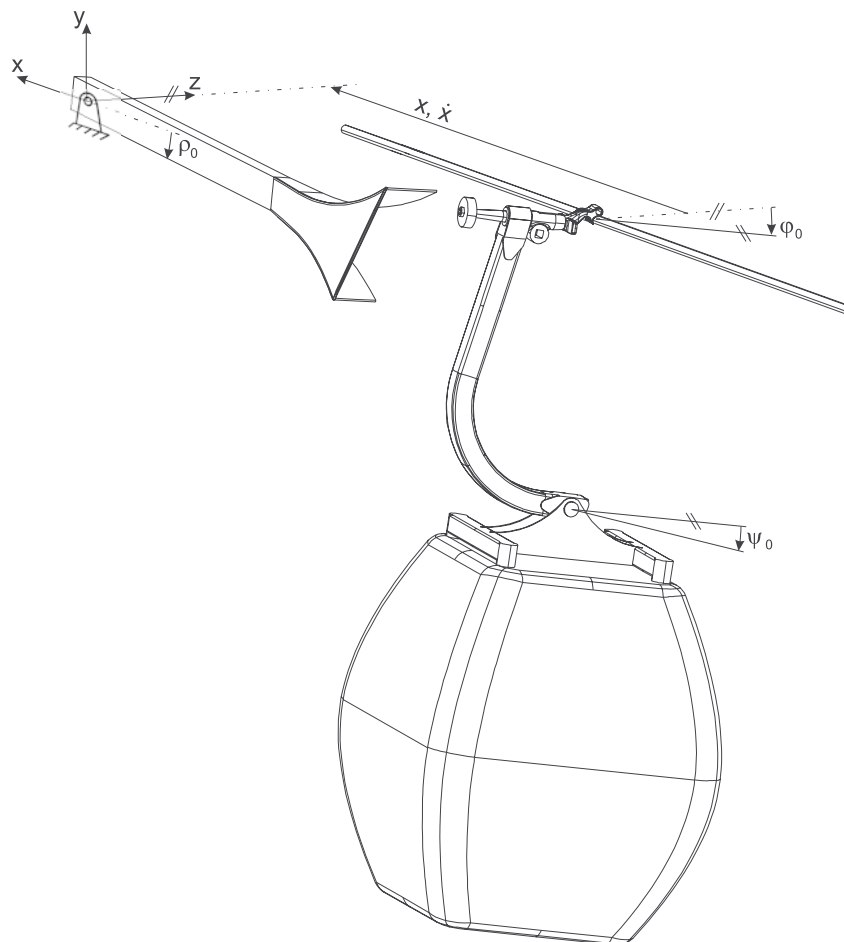


Abbildung 4.2: Definition der Anfangsbedingungen

4.1.1 Simulation des MKS ohne Gehängeelastizität

In Abbildung 4.3 sind der Trichter-, Gehänge- und Kabinenwinkel in Abhängigkeit der Zeit dargestellt. Die Darstellung wurde auf das Zeitintervall 8 ... 10 s beschränkt, da der Einschwingvorgang in diesem Zusammenhang von geringem Interesse ist. Außer

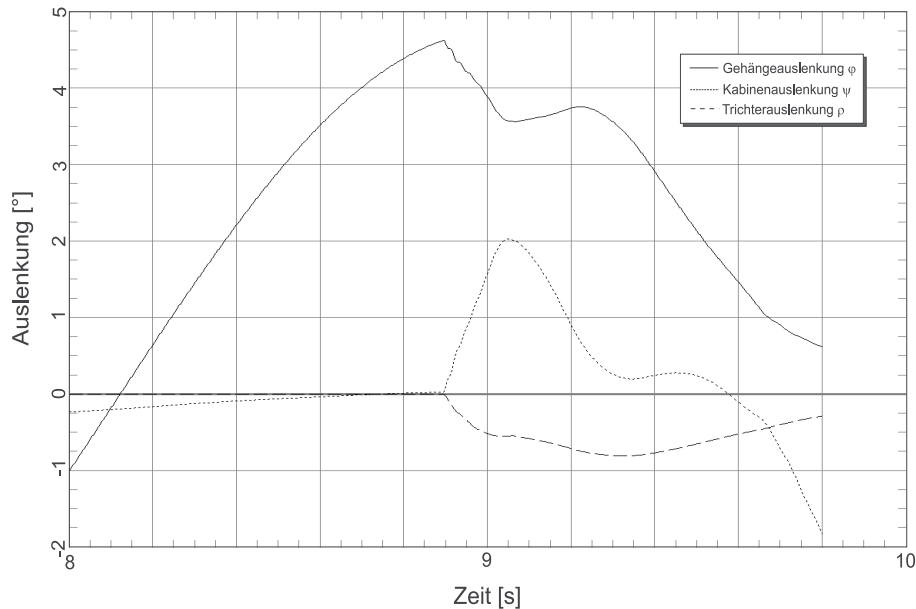


Abbildung 4.3: Pendelbewegung des starren MKS bei Kollision mit dem Trichter

dem Bewegungsverhalten ist die Kontaktkraft von Bedeutung, die bei Kollision auf die Führungsrolle und den Einfahrtstrichter wirkt. Bestehend aus den Anteilen der Massenträgheit und der Rückstellkraft der Trichterfeder und des Trichterdämpfers, stellt diese Bindungskraft eine ungünstige, stoßhafte Belastung für die Klemme dar. Abbildung 4.4 zeigt die Kontaktkraft bei Trichterkollision. Beim ersten Kontakt trifft die Führungsrolle den ruhenden Trichter oben. Die dadurch entstehende Kontaktkraft erreicht in sehr kurzer Zeit den Maximalwert von 16.110 N. In Folge der einwirkenden Kontaktkraft wird das Gehänge verzögert und der Trichter beschleunigt. Sinkt die Kraft auf den Wert Null ab, so ist das als ein Abheben der Führungsrolle vom Trichter zu interpretieren, wird sie negativ, berührt die Führungsrolle den Trichter unten.

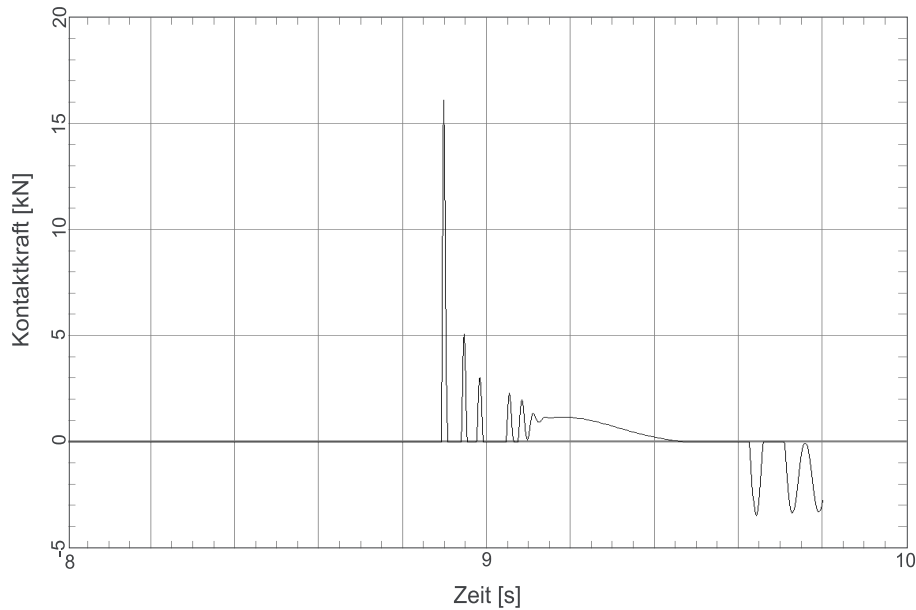


Abbildung 4.4: Kontaktkraft des starren MKS bei Kollision mit dem Trichter

4.1.2 Simulation des MKS - 4 Körpermodell

Der Einschwingvorgang dauert bei diesem Modell aufgrund der zusätzlichen Elastizitäten im Vergleich zum Modell ohne Gehängeelastizitäten etwas länger. Der Pendelbewegung sind anfangs Oberschwingungen mit der Eigenfrequenz der Ersatzfedern überlagert. Der Anlaufweg von 49 m reicht jedoch auch hier aus, um vor der Kollision einen eingeschwungenen Zustand zu erreichen. Das Bewegungsverhalten des Modells bei Kollision ist in Abbildung 4.5 dargestellt. Dem Kontaktkraftverlauf, in Bild 4.6 dargestellt, ist ein Maximalwert von 12.670 N zu entnehmen. Dieser Wert ist um 21% geringer als beim Modell ohne Gehängeverformungen (siehe Kapitel 4.1.1). Der Grund dafür ist, wie in Kapitel 3.2 schon beschrieben, daß bei Kollision des Fahrzeugs mit dem Trichter die kinetische Energie des Gehänges und der Kabine zum Teil in elastische Verformungsarbeit des Gehänges umgewandelt, und so der stoßartige Kontakt leicht abgeschwächt wird. Die elastischen Verformungen des Gehänges, bei diesem Modell ausgedrückt durch die Ersatzfedern c_1 und c_2 , sind in Bild 4.7 als Federweg s_1 und s_2 dargestellt.

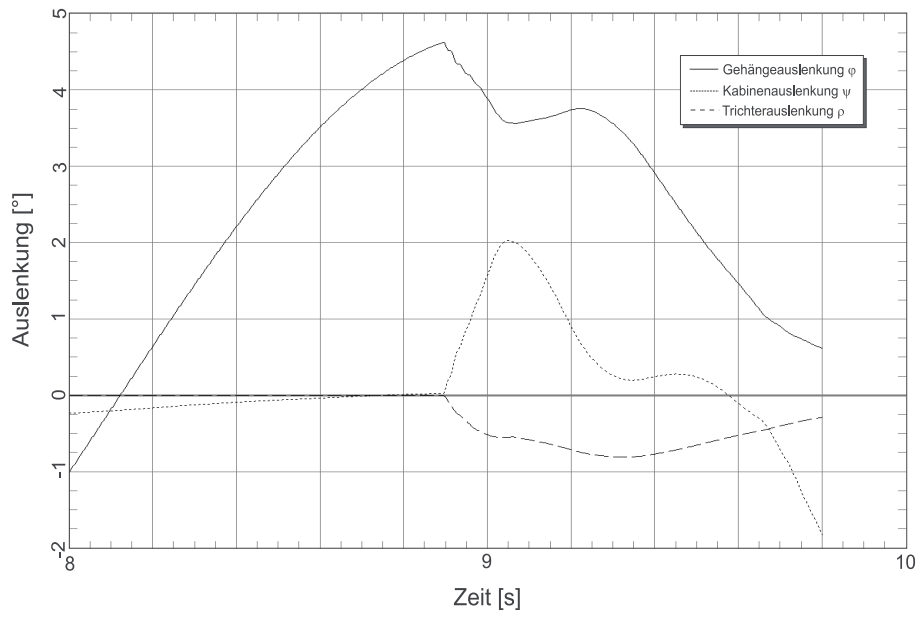


Abbildung 4.5: Pendelbewegung des elastischen MKS - 4 Körpermodell

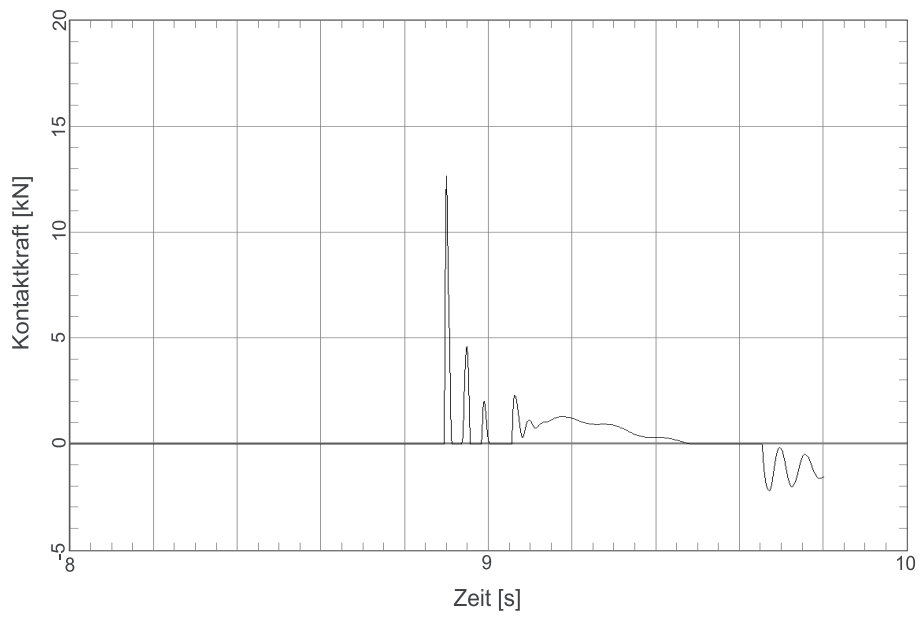


Abbildung 4.6: Kontaktkraft des elastischen MKS - 4 Körpermodell

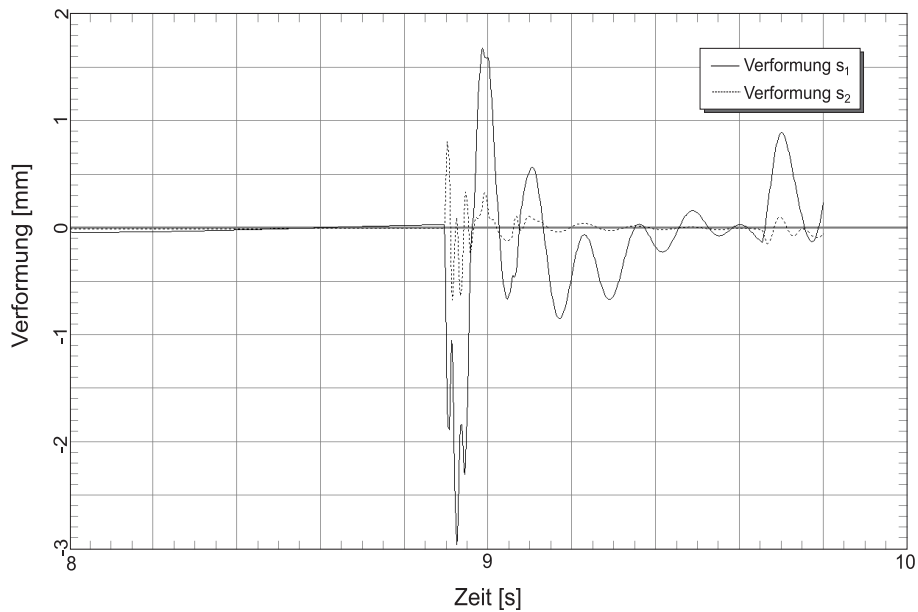


Abbildung 4.7: Elastische Verformung des MKS - 4 Körpermodell

4.1.3 Simulation des MKS - 9 Körpermodell

Ähnlich wie beim 4 Körpermodell dauert der Einschwingvorgang auch hier etwas länger als beim Modell ohne Gehängeelastizitäten. Anfangs sind der Pendelbewegung des Gehänges und der Kabine Oberschwingungen überlagert. Auch bei dieser Simulation wurde darauf geachtet, daß das Modell vor dem Auftreffen auf den Trichter eingeschwungen ist. Folgende Abbildung stellt die Pendelbewegung dar.

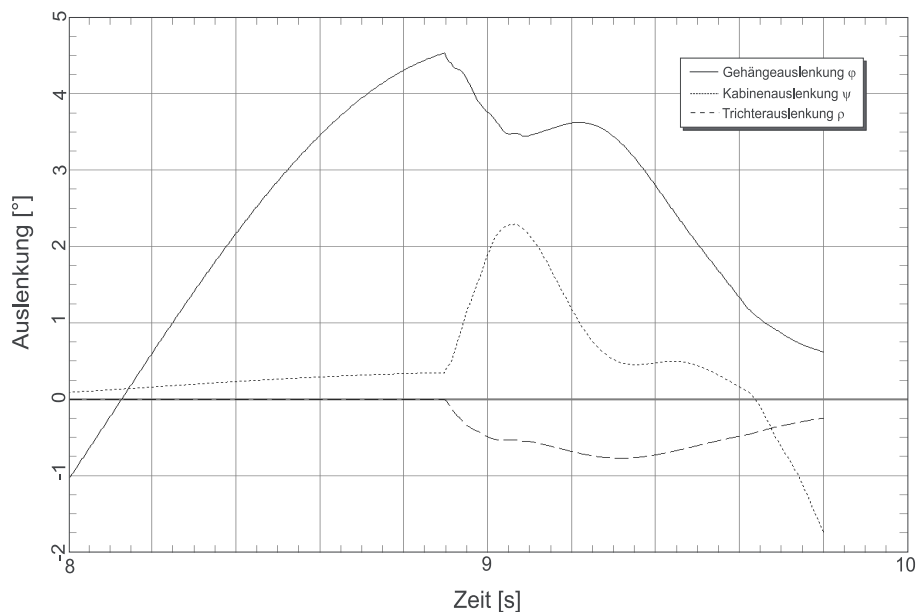


Abbildung 4.8: Pendelbewegung des elastischen MKS - 9 Körpermodell

Wie in den vorhergehenden Kapiteln folgt an dieser Stelle die Darstellung der Kontaktkraft in Abhängigkeit der Zeit.

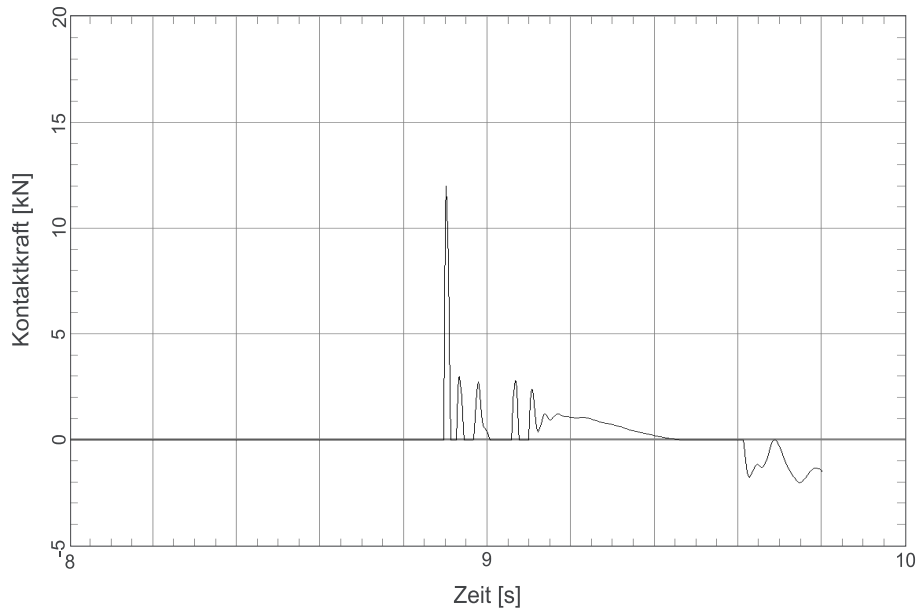


Abbildung 4.9: Kontaktkraft des elastischen MKS - 9 Körpermodell

Die Simulation liefert beim ersten Aufprall eine maximale Kontaktkraft von 12.010 N. Die Elastizität dieses Modells bewirkt eine Absenkung der Koppelkraft um 25% im Vergleich mit dem Modell ohne Berücksichtigung der Gehängeverformung. In Abbildung 4.10 sind exemplarisch die elastischen Freiheitsgrade γ_1 und γ_2 in Abhängigkeit der Zeit dargestellt.

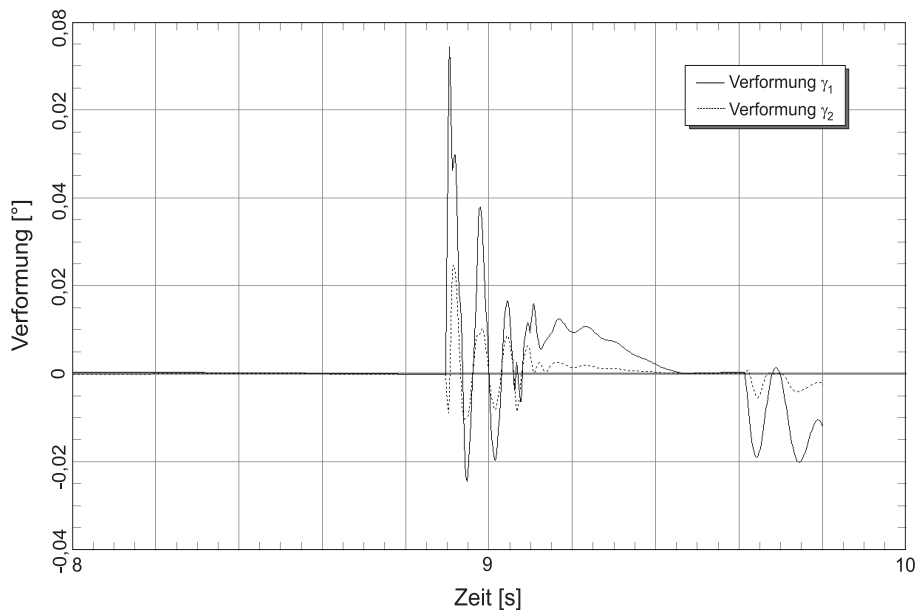


Abbildung 4.10: Elastische Verformung des MKS - 9 Körpermodell

4.2 Vergleich der Modelle

Das Bewegungsverhalten der Modelle ist mit oder ohne Berücksichtigung der Gehängeelastizität sehr ähnlich. Auch der zeitliche Verlauf der Kontaktkraft ist gesamtheitlich betrachtet ähnlich. Unterschiede zeichnen sich jedoch im Kraftniveau ab. Werden die Bauteileelastizitäten im Modell berücksichtigt, so treten insbesondere im Bereich der anfangs stoßhaften Kontaktphase deutlich geringere Kräfte auf. Untenstehende Abbildung stellt den zeitlichen Verlauf der Kontaktkraft der verschiedenen Modelle gegenüber.

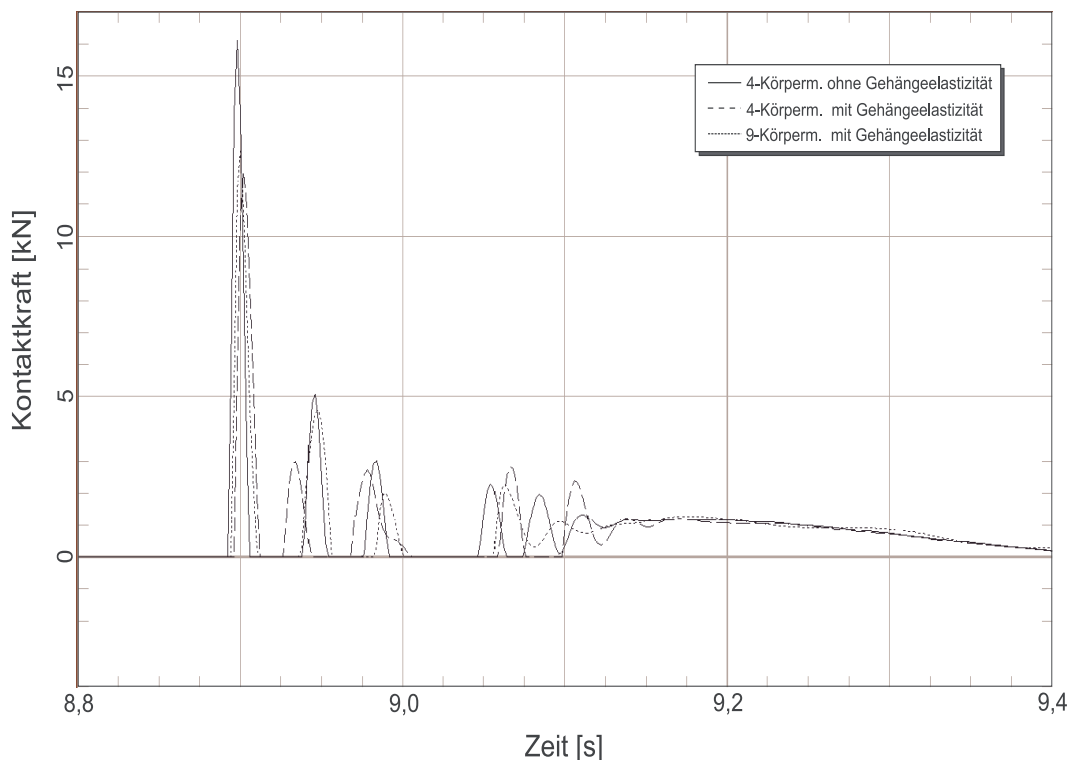


Abbildung 4.11: Vergleich der Kontaktkräfte zu Beginn der Kollision

4.3 Modellauswahl

Zur Auswahl des Modells bester Eignung wurden folgende 4 Bewertungskriterien festgelegt.

- **Realitätsnähe:** Mit diesem Kriterium wird die Abweichung des Modells zur Realität bewertet. Als Vergleich wurden Meßergebnisse von Einfahrversuchen verwendet, die im Rahmen einer Abnahmeprüfung entstanden sind.

- **Mathematisch formulierbar:** Für die Implementierung des elastischen Modells in die lehrstuhleigene Simulationssoftware ist es notwendig, die Bewegungsgleichungen des Systems zu formulieren, was mit zunehmender Anzahl von Körpern und Freiheitsgraden schwieriger wird.
- **Flexibilität:** Werden unterschiedliche Fahrbetriebsmittel untersucht, so muß das Modell den entsprechenden Konstruktionen angepaßt werden, was einen bestimmten Grad an Flexibilität voraussetzt. Durch Veränderung geeigneter Parameter muß das Modell an konstruktive Veränderungen angepaßt werden können.
- **Physikalisch durchschaubar:** Physikalische Effekte, welche das Systemverhalten nicht wesentlich beeinflussen, können im Modell vernachlässigt werden, wodurch das Modell durchschaubar wird. Die Wirkungsweise der auftretenden physikalischen Effekte können dadurch besser gedeutet werden.

Die Bewertung wurde mit Hilfe einer Auswahlliste (siehe Tabelle 4.2) durchgeführt, wobei für die Erfüllung eines Kriteriums stellvertretend ein (+), für die Nichterfüllung ein (-) steht. Schließlich wurde das 4 Körpermodell mit elastischem Gehänge als das

	starres MKS	el. MKS - 4 Körper	el. MKS - 9 Körper
Realitätsnähe	-	+	+
math. formulierbar	+	+	-
Flexibilität	-	+	+
pysik. durchschaubar	+	+	-

Tabelle 4.2: Auswahl des Modells bester Eignung

geeignetste ausgewählt.

Kapitel 5

Herleitung der Bewegungsgleichungen

Die Herleitung der Bewegungsgleichungen erfolgte zur Verifikation der Ergebnisse sowohl nach LAGRANGE, als auch nach NEWTON-EULER. Im Folgenden werden die Bewegungsgleichungen für das frei schwingende System Gehänge-Kabine mit der Energiemethode nach LAGRANGE hergeleitet. Die Gleichungen zur Beschreibung der Trichterbewegung sind aus vorhergehenden Arbeiten bekannt. Die Teilsysteme Gehänge-Kabine und Trichter können durch eine geeignete Kontaktbedingung gekoppelt werden. In der Literatur [Pfe-92] wird die LAGRANGESche Bewegungsgleichung folgendermaßen angegeben:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \frac{d\vec{q}}{dt}} \right)^T - \left(\frac{\partial T}{\partial \vec{q}} \right)^T + \left(\frac{\partial V}{\partial \vec{q}} \right)^T - \vec{Q}_{NP} = \vec{0} \quad (5.1)$$

t	...	Zeit
T	...	kinetische Energie des Gesamtsystems
V	...	Potential des Gesamtsystems
\vec{q}	...	Minimalkoordinaten
\vec{Q}_{NP}	...	Nicht – konservative Kräfte

Gleichung 5.1 liefert ein im allgemeinen nichtlineares Differentialgleichungssystem zweiter Ordnung, welches linear in den Beschleunigungen und nichtlinear in den Geschwindigkeits - und Lagekoordinaten ist.

5.1 Koordinatensysteme und Minimalkoordinaten

Folgende Abbildung stellt die Topologie des Modells mit den Koordinatensystemen, Minimalkoordinaten und sonstigen zur Berechnung benötigten Größen dar.

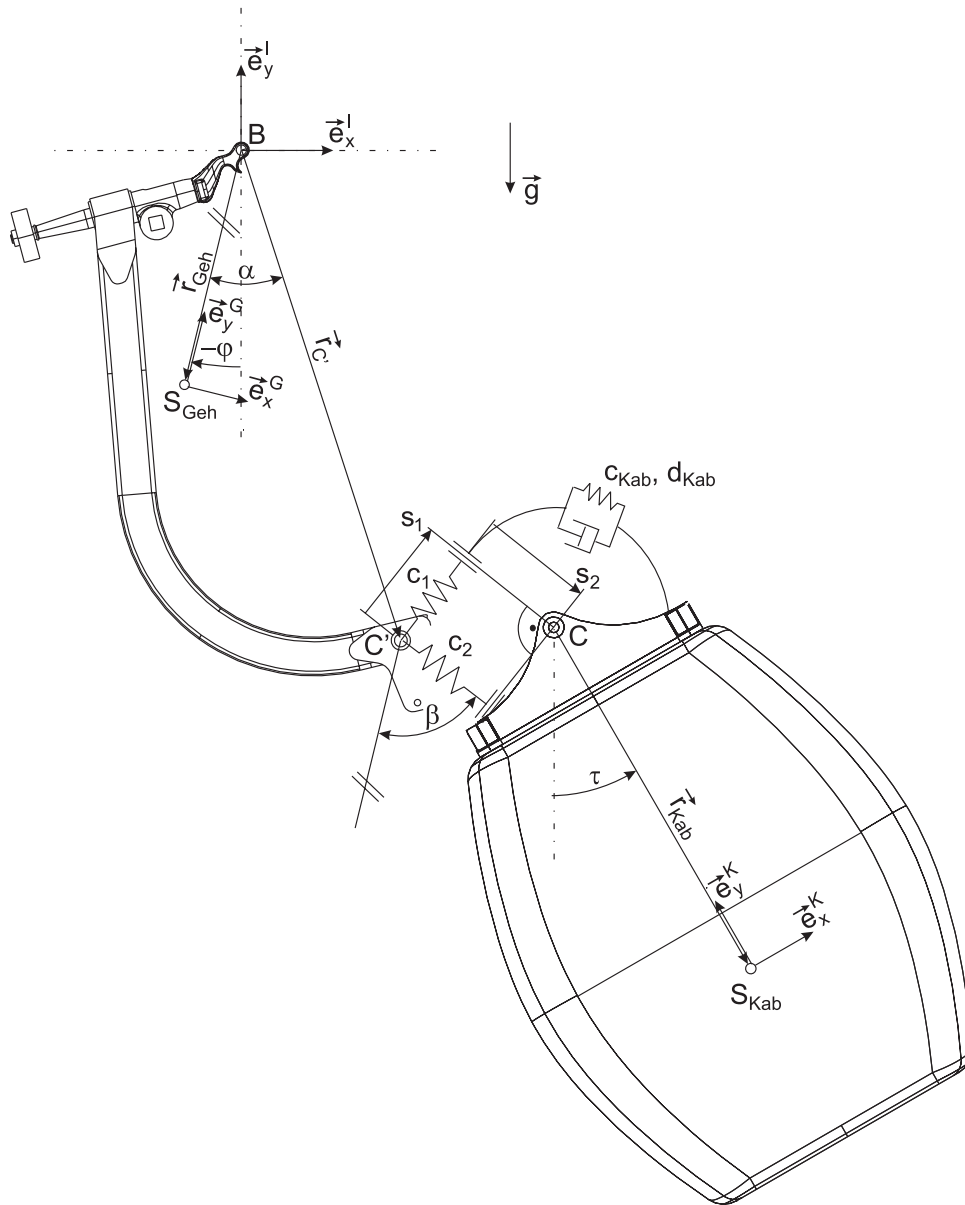


Abbildung 5.1: Systemskizze

Als Koordinatensysteme wurden festgelegt:

- $(\vec{e}_x^I, \vec{e}_y^I, \vec{e}_z^I)^T$... mit Seilgeschwindigkeit translatorisch bewegtes Inertialsystem
- $(\vec{e}_x^G, \vec{e}_y^G, \vec{e}_z^G)^T$... gehängefestes Koordinatensystem
- $(\vec{e}_x^K, \vec{e}_y^K, \vec{e}_z^K)^T$... kabinenfestes Koordinatensystem

Die Minimalkoordinaten des Systems wurden folgendermaßen definiert:

$$\vec{q} = \begin{pmatrix} \varphi \\ s_1 \\ s_2 \\ \tau \end{pmatrix}$$

Darin sind die Größen φ , s_1 , und s_2 bereits bekannt. Der Winkel τ beschreibt die Orientierung der Kabine bezüglich des Inertialsystems.

Das System bewegt sich im Schwerfeld der Erde und unterliegt der Erdbeschleunigung \vec{g} . Außerdem wurden definiert:

$\vec{r}_{C'}$...	Ortsvektor von C'
$l_G = \vec{r}_{Geh} $...	Betrag des Vektors \vec{r}_{Geh}
$l_C = \vec{r}_{C'} $...	Betrag des Vektors $\vec{r}_{C'}$
$l_K = \vec{r}_{Kab} $...	Betrag des Vektors \vec{r}_{Kab}
α	...	Winkel zwischen \vec{r}_{Geh} und $\vec{r}_{C'}$
β	...	Orientierung der Feder c_2 bzgl. \vec{r}_{Geh}

5.2 Kinetische Energie

Die kinetische Energie des Gesamtsystems T ergibt sich aus der Summe der kinetischen Energien der Teilkörper.

$$T = \sum T_i = T_{Kab} + T_{Geh} \quad (5.2)$$

T_i	...	kinetische Energie des Teilkörpers i im Inertialsystem
T_{Kab}	...	kinetische Energie der Kabine im Inertialsystem
T_{Geh}	...	kinetische Energie des Gehänges im Inertialsystem

Wählt man zur Berechnung der kinetischen Energien die Körperschwerpunkte als Bezugspunkte, so entfallen die Koppelsterme und es müssen lediglich die translatorischen und rotatorischen Energieanteile berechnet werden. Die kinetische Energie der Kabine berechnet sich zu

$$T_{Kab} = \frac{1}{2} m_{Kab} (\vec{v}_{Kab})^T \vec{v}_{Kab} + \frac{1}{2} (\vec{\Omega}_{Kab})^T \underline{\Theta}_{Kab} \vec{\Omega}_{Kab} \quad (5.3)$$

\vec{v}_{Kab}	...	Geschwindigkeit des Kabinenschwerpunktes im Inertialsystem
$\vec{\Omega}_{Kab}$...	Winkelgeschwindigkeit der Kabine im Inertialsystem

Für das Gehänge gilt:

$$T_{Geh} = \frac{1}{2} m_{Geh} (\vec{v}_{Geh})^T \vec{v}_{Geh} + \frac{1}{2} (\vec{\Omega}_{Geh})^T \underline{\Theta}_{Geh} \vec{\Omega}_{Geh} \quad (5.4)$$

\vec{v}_{Geh}	...	Geschwindigkeit des Gehängeschwerpunktes im Inertialsystem
$\vec{\Omega}_{Geh}$...	Winkelgeschwindigkeit des Gehänges im Inertialsystem

Setzt man die entsprechenden Größen nach Abbildung 5.1 in Gleichung 5.3 und 5.4 ein, so ergibt sich nach Umformen Gleichung 5.2 zu:

$$\begin{aligned}
 T = & \frac{1}{2} \left\{ m_{Geh} l_G^2 \left(\frac{d\varphi}{dt} \right)^2 + J_{G,z} \left(\frac{d\varphi}{dt} \right)^2 + J_{K,z} \left(\frac{d\tau}{dt} \right)^2 + m_K \left[l_C^2 \left(\frac{d\varphi}{dt} \right)^2 \right. \right. \\
 & + \left(\frac{ds_1}{dt} \right)^2 + s_1^2 \left(\frac{d\varphi}{dt} \right)^2 + \left(\frac{ds_2}{dt} \right)^2 + s_2^2 \left(\frac{d\varphi}{dt} \right)^2 + l_K^2 \left(\frac{d\tau}{dt} \right)^2 \\
 & + 2l_C \frac{d\varphi}{dt} \frac{ds_1}{dt} \cos(\alpha - \beta) + 2l_C s_1 \left(\frac{d\varphi}{dt} \right)^2 \sin(\alpha - \beta) \\
 & - 2l_C \frac{d\varphi}{dt} \frac{ds_2}{dt} \sin(\alpha - \beta) + 2l_C s_2 \left(\frac{d\varphi}{dt} \right)^2 \cos(\alpha - \beta) \\
 & + 2l_C l_K \frac{d\varphi}{dt} \frac{d\tau}{dt} \cos(\varphi + \alpha - \tau) + 2 \frac{ds_1}{dt} \frac{d\varphi}{dt} s_2 \\
 & + 2l_K \frac{ds_1}{dt} \frac{d\tau}{dt} \cos(\varphi + \beta - \tau) - 2s_1 \frac{d\varphi}{dt} \frac{ds_2}{dt} \\
 & - 2s_1 l_K \frac{d\varphi}{dt} \frac{d\tau}{dt} \sin(\varphi + \beta - \tau) + 2l_K \frac{ds_2}{dt} \frac{d\tau}{dt} \sin(\varphi + \beta - \tau) \\
 & \left. \left. + 2s_2 l_K \frac{d\varphi}{dt} \frac{d\tau}{dt} \cos(\varphi + \beta - \tau) \right] \right\} \tag{5.5}
 \end{aligned}$$

$J_{G,z}$... Massenträgheitsmoment der Kabine um die z – Achse

$J_{K,z}$... Massenträgheitsmoment des Gehänges um die z – Achse

5.3 Potential

Die potentielle Energie des Gesamtsystems V ergibt sich aus der Summe der Teilpotentiale wie folgt:

$$V = \sum V_i = V_{S,G} + V_{S,K} + V_{c_1} + V_{c_2} + V_{c_{Kab}} \tag{5.6}$$

V_i ... Teilpotential

$V_{S,G}$... Schwerepotential des Gehänges

$V_{S,K}$... Schwerepotential der Kabine

V_{c_1} ... Federpotential der Feder c_1

V_{c_2} ... Federpotential der Feder c_2

$V_{c_{Kab}}$... Federpotential der Kabinenaufhängung c_{Kab}

Das Schwerepotential des Gehänges erhält man aus

$$V_{S,G} = -m_{Geh} \vec{r}_{Geh}^T \vec{g} = -m_{Geh} l_G g \cos(\varphi) \tag{5.7}$$

g ... Erdbeschleunigung

Folgende Gleichung liefert das Schwerepotential der Kabine

$$\begin{aligned} V_{S,K} &= -m_{Kab} \vec{r}_{BS_{Kab}}^T \vec{g} \\ &= -m_{Kab} g [l_C \cos(\varphi + \alpha) - s_1 \sin(\varphi + \beta) \\ &\quad + s_2 \cos(\varphi + \beta) + l_K \cos \tau] \end{aligned} \quad (5.8)$$

$\vec{r}_{BS_{Kab}}$ = Ortsvektor vom Punkt B nach S_{Kab}

Bei Verformung der Federn ergeben sich die Federpotentiale zu:

$$V_{c_1} = \frac{1}{2} c_1 s_1^2 \quad (5.9)$$

$$V_{c_2} = \frac{1}{2} c_2 s_2^2 \quad (5.10)$$

$$V_{c_{Kab}} = \frac{1}{2} c_{Kab} (\tau - \varphi - \varphi_0)^2 \quad (5.11)$$

φ_0 = statischer Auslenkwinkel des Gehänges

Nach Einsetzen der Teilpotentiale läßt sich Gleichung 5.6 in der Form

$$\begin{aligned} V &= -m_{Geh} l_G g \cos(\varphi) - m_{Kab} g [l_C \cos(\varphi + \alpha) - s_1 \sin(\varphi + \beta) \\ &\quad + s_2 \cos(\varphi + \beta) + l_K \cos \tau] + \frac{1}{2} c_1 s_1^2 + \frac{1}{2} c_2 s_2^2 + \frac{1}{2} c_{Kab} (\tau - \varphi - \varphi_0)^2 \end{aligned} \quad (5.12)$$

schreiben.

5.4 Nicht-konservatives Moment

Das Moment, welches durch den Dämpfer in der Kabinenaufhängung entsteht, wird durch das nicht konservative, generalisierte Momente \vec{Q}_{NP} berücksichtigt.

$$\vec{Q}_{NP} = \left(\vec{M}_{Dämpf, Geh}^T \frac{\partial \vec{\Omega}_{Geh}}{\partial \left(\frac{d\vec{q}}{dt} \right)} \right)^T + \left(\vec{M}_{Dämpf, Kab}^T \frac{\partial \vec{\Omega}_{Kab}}{\partial \left(\frac{d\vec{q}}{dt} \right)} \right)^T = \begin{pmatrix} d_{Kab} \left(\frac{d\tau}{dt} - \frac{d\varphi}{dt} \right) \\ 0 \\ 0 \\ -d_{Kab} \left(\frac{d\tau}{dt} - \frac{d\varphi}{dt} \right) \end{pmatrix}$$

$\vec{M}_{Dämpf, Geh}$... Dämpfungsmoment auf das Gehänge
 $\vec{M}_{Dämpf, Kab}$... Dämpfungsmoment auf die Kabine

5.5 Differentialgleichungssystem

Nach Einsetzen der entsprechenden Vektorableitungen in die LAGRANGESche Gleichung (Gln. 5.1) erhält man ein Differentialgleichungssystem mit den 4 Bewegungsgleichungen. Im Weiteren wird folgende Nomenklatur verwendet:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \frac{d\vec{q}}{dt}} \right)^T - \left(\frac{\partial T}{\partial \vec{q}} \right)^T + \left(\frac{\partial V}{\partial \vec{q}} \right)^T - \vec{Q}_{NP} = \vec{f} = \begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ f_4 \end{pmatrix} = \vec{0} \quad (5.13)$$

f_1, f_2, f_3, f_4 ... Bewegungsgleichungen

Die nichtlinearen Bewegungsgleichungen lauten wie folgt:

$$\begin{aligned} f_1 = & m_{Geh} l_G^2 \frac{d^2 \varphi}{dt^2} + J_{G,z} \frac{d^2 \varphi}{dt^2} + m_K \left\{ l_C^2 \frac{d^2 \varphi}{dt^2} + 2s_1 \frac{ds_1}{dt} \frac{d\varphi}{dt} \right. \\ & + 2s_2 \frac{ds_2}{dt} \frac{d\varphi}{dt} + s_1^2 \frac{d^2 \varphi}{dt^2} + s_2^2 \frac{d^2 \varphi}{dt^2} + l_C \frac{d^2 s_1}{dt^2} \cos(\alpha - \beta) \\ & + 2l_C \sin(\alpha - \beta) \left(\frac{ds_1}{dt} \frac{d\varphi}{dt} + s_1 \frac{d^2 \varphi}{dt^2} \right) - l_C \frac{d^2 s_2}{dt^2} \sin(\alpha - \beta) \\ & + 2l_C \cos(\alpha - \beta) \left(\frac{ds_2}{dt} \frac{d\varphi}{dt} + s_2 \frac{d^2 \varphi}{dt^2} \right) + l_C l_K \left[\frac{d^2 \tau}{dt^2} \cos(\varphi + \alpha - \tau) \right. \\ & \left. + \left(\frac{d\tau}{dt} \right)^2 \sin(\varphi + \alpha - \tau) \right] + \frac{d^2 s_1}{dt^2} s_2 - s_1 \frac{d^2 s_2}{dt^2} \\ & - l_K \left[s_1 \frac{d^2 \tau}{dt^2} \sin(\varphi + \beta - \tau) - s_1 \left(\frac{d\tau}{dt} \right)^2 \cos(\varphi + \beta - \tau) \right] \\ & \left. - l_K \left[s_2 \frac{d^2 \tau}{dt^2} \cos(\varphi + \beta - \tau) + s_2 \left(\frac{d\tau}{dt} \right)^2 \sin(\varphi + \beta - \tau) \right] \right\} \\ & + m_{Geh} l_G g \sin \varphi + m_K g l_C [C \sin(\varphi + \alpha) + s_1 \cos(\varphi + \beta) \\ & + s_2 \sin(\varphi + \beta)] - c_{Kab} (\tau - \varphi - \varphi_0) - d_{Kab} \left(\frac{d\tau}{dt} - \frac{d\varphi}{dt} \right) = 0 \end{aligned} \quad (5.14)$$

$$\begin{aligned}
 f_2 = & m_{Kab} \left[\frac{d^2 s_1}{dt^2} + l_C \frac{d^2 \varphi}{dt^2} \cos(\alpha - \beta) + \frac{d^2 \varphi}{dt^2} s_2 + \frac{ds_2}{dt} \frac{d\varphi}{dt} \right. \\
 & + l_K \frac{d^2 \tau}{dt^2} \cos(\varphi + \beta - \tau) + l_K \left(\frac{d\tau}{dt} \right)^2 \sin(\varphi + \beta - \tau) - s_1 \left(\frac{d\varphi}{dt} \right)^2 \\
 & \left. - l_C \left(\frac{d\varphi}{dt} \right)^2 \sin(\alpha - \beta) + \frac{d\varphi}{dt} \frac{ds_2}{dt} + g \sin(\varphi + \beta) \right] + c_1 s_1 = 0
 \end{aligned} \tag{5.15}$$

$$\begin{aligned}
 f_3 = & m_{Kab} \left[\frac{d^2 s_2}{dt^2} - l_C \frac{d^2 \varphi}{dt^2} \sin(\alpha - \beta) - \frac{d^2 \varphi}{dt^2} s_1 - \frac{ds_1}{dt} \frac{d\varphi}{dt} \right. \\
 & + l_K \frac{d^2 \tau}{dt^2} \sin(\varphi + \beta - \tau) - l_K - s_2 \left(\frac{d\varphi}{dt} \right)^2 \\
 & \left. - l_C \left(\frac{d\varphi}{dt} \right)^2 \cos(\alpha - \beta) - \frac{d\varphi}{dt} \frac{ds_1}{dt} - g \cos(\varphi + \beta) \right] + c_2 s_2 = 0
 \end{aligned} \tag{5.16}$$

$$\begin{aligned}
 f_4 = & J_{K,z} \frac{d^2 \tau}{dt^2} + m_{Kab} \left\{ l_K^2 \frac{d^2 \tau}{dt^2} + l_C l_K \left[\frac{d^2 \varphi}{dt^2} \cos(\varphi + \alpha - \tau) \right. \right. \\
 & \left. \left. - \left(\frac{d\varphi}{dt} \right)^2 \sin(\varphi + \alpha - \tau) \right] + l_K \left[\frac{d^2 s_1}{dt^2} \cos(\varphi + \beta - \tau) \right. \right. \\
 & - 2 \frac{d\varphi}{dt} \frac{ds_1}{dt} \sin(\varphi + \beta - \tau) - s_1 \frac{d^2 \varphi}{dt^2} \sin(\varphi + \beta - \tau) \\
 & - s_1 \left(\frac{d\varphi}{dt} \right)^2 \cos(\varphi + \beta - \tau) + \frac{d^2 s_2}{dt^2} \sin(\varphi + \beta - \tau) \\
 & + 2 \frac{d\varphi}{dt} \frac{ds_2}{dt} \cos(\varphi + \beta - \tau) + s_2 \frac{d^2 \varphi}{dt^2} \cos(\varphi + \beta - \tau) \\
 & \left. \left. - s_2 \left(\frac{d\varphi}{dt} \right)^2 \sin(\varphi + \beta - \tau) \right] \right\} + c_{Kab} (\tau - \varphi - \varphi_0) \\
 & + d_{kab} \left(\frac{d\tau}{dt} - \frac{d\varphi}{dt} \right) + m_K g l_K \sin \tau = 0
 \end{aligned} \tag{5.17}$$

Das Bewegungs- Differentialgleichungssystem läßt sich nach [Pfe-92] in die allgemeine Form

$$\underline{M}(\vec{q}, t) \frac{d^2 \vec{q}}{dt^2} + \vec{g}_{gyro} \left(\vec{q}, \frac{d\vec{q}}{dt}, t \right) = \vec{h} \left(\vec{q}, \frac{d\vec{q}}{dt}, t, \vec{F}^e, t \right) \tag{5.18}$$

überführen. Darin sind

- \underline{M} ... symmetrisch, positiv – definite Massenmatrix
- \vec{g}_{gyro} ... enthält gyroskopische, dissipative und Fesselungskräfte
- \vec{h} ... enthält alle eingepprägten Kräfte und Momente
- \vec{F}^e ... eingepprägte Kräfte und Momente

Diese Schreibweise wird bei der Durchführung einer Linearisierung bevorzugt. Der im lehrstuhleigenen Simulationsprogramm eingesetzte Gleichungslöser benötigt eine ähnliche, etwas vereinfachte Form. Die Vektoren \vec{g}_{gyro} und \vec{h} können zu \vec{b} zusammengefaßt werden, sodaß aus Gleichung 5.18 mit

$$\vec{b} = \vec{h} - \vec{g}_{gyro}$$

folgt:

$$\underline{M}(\vec{q}, t) \frac{d^2 \vec{q}}{dt^2} = \vec{b} \tag{5.19}$$

Zur Programmierung des Differentialgleichungslöser muß das Gleichungssystem 5.19 in ein sogenanntes gestaffeltes System übergeführt werden. Mit Hilfe des GAUSSschen Eliminationsprinzips wird die erweiterte Koeffizienten- bzw. erweiterte Massenmatrix auf Zeilenstufenform gebracht.

$$(\underline{M}, \vec{b}) \implies (\widetilde{M}, \widetilde{b})$$

- (\underline{M}, \vec{b}) ... erweiterte Massenmatrix
- $(\widetilde{M}, \widetilde{b})$... erweiterte Massenmatrix in Zeilenstufenform

Es gilt dabei:

$$\underline{M} \frac{d^2 \vec{q}}{dt^2} - \vec{b} = \widetilde{M} \frac{d^2 \vec{q}}{dt^2} - \widetilde{b} \tag{5.20}$$

Definiert man die erweiterte Massenmatrix zu

$$(\underline{M}, \vec{b}) := \left(\begin{array}{cccc|c} A & B & C & D & b_1 \\ & E & F & G & b_2 \\ & & H & I & b_3 \\ sym & & & J & b_4 \end{array} \right),$$

so folgt nach der GAUSSschen Elimination die erweiterte Massenmatrix in Zeilenstu-

fenform:

$$\left(\widetilde{\underline{M}}, \widetilde{\underline{b}} \right) := \left(\begin{array}{cccc|c} A & B & C & D & b_1 \\ 0 & E' & F' & G' & b_2' \\ 0 & 0 & H'' & I'' & b_3'' \\ 0 & 0 & 0 & J''' & b_4''' \end{array} \right)$$

Die Elemente der erweiterten Massenmatrix in Zeilenstufenform wurden wie folgt berechnet:

$$A := m_{Geh} l_G^2 + J_{G,z} + m_{Kab} [l_C^2 + s_1^2 + s_2^2 + 2l_C s_1 \sin(\alpha - \beta) + 2l_C s_2 \cos(\alpha - \beta)]$$

$$B := m_{Kab} [l_C \cos(\alpha - \beta) + s_2]$$

$$C := -m_{Kab} [l_C \sin(\alpha - \beta) + s_1]$$

$$D := m_{Kab} l_K [l_C \cos(\varphi + \alpha - \tau) - s_1 \sin(\varphi + \beta - \tau) + s_2 \cos(\varphi + \beta - \tau)]$$

$$E := m_{Kab}$$

$$F := 0$$

$$G := m_{Kab} l_K \cos(\varphi + \beta - \tau)$$

$$H := m_{Kab}$$

$$I := m_{Kab} l_K \sin(\varphi + \beta - \tau)$$

$$J := m_{Kab} l_K^2 + J_{K,z}$$

$$\begin{aligned} b_1 := & -m_{Kab} \left\{ 2 \frac{ds_1}{dt} \frac{d\varphi}{dt} [s_1 + l_C \sin(\alpha - \beta)] + 2 \frac{ds_2}{dt} \frac{d\varphi}{dt} [s_2 + l_C \cos(\alpha - \beta)] \right. \\ & + \left(\frac{d\tau}{dt} \right)^2 l_K [l_C \sin(\varphi + \alpha - \tau) + s_1 \cos(\varphi + \beta - \tau) + s_2 \sin(\varphi + \beta - \tau)] \\ & + g [l_C \sin(\varphi + \alpha) + s_1 \cos(\varphi + \beta) + s_2 \sin(\varphi + \beta)] \left. \right\} - m_{Geh} l_G g \sin \varphi \\ & + c_{Kab} (\tau - \varphi - \varphi_0) + d_{Kab} \left(\frac{d\tau}{dt} - \frac{d\varphi}{dt} \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b_2 := & -m_{Kab} \left[l_K \left(\frac{d\tau}{dt} \right)^2 \sin(\varphi + \beta - \tau) - s_1 \left(\frac{d\varphi}{dt} \right)^2 - l_C \left(\frac{d\varphi}{dt} \right)^2 \sin(\alpha - \beta) \right. \\ & \left. + 2 \frac{d\varphi}{dt} \frac{ds_2}{dt} + g \sin(\varphi + \beta) \right] - c_1 s_1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b_3 := & m_{Kab} \left\{ \left(\frac{d\varphi}{dt} \right)^2 [l_C \cos(\alpha - \beta) + s_2] + 2 \frac{ds_1}{dt} \frac{d\varphi}{dt} + \left(\frac{d\tau}{dt} \right)^2 l_K \cos(\varphi + \beta - \tau) \right. \\ & \left. + g \cos(\varphi + \beta) \right\} - c_2 s_2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 b_4 &:= -m_{Kab}l_K \left[-l_C \left(\frac{d\varphi}{dt} \right)^2 \sin(\varphi + \alpha - \tau) - s_2 \left(\frac{d\varphi}{dt} \right)^2 \sin(\varphi + \beta - \tau) \right. \\
 &\quad \left. 2 \frac{ds_1}{dt} \frac{d\varphi}{dt} \sin(\varphi + \beta - \tau) - s_1 \left(\frac{d\varphi}{dt} \right)^2 \cos(\varphi + \beta - \tau) \right. \\
 &\quad \left. + 2 \frac{ds_2}{dt} \frac{d\varphi}{dt} \cos(\varphi + \beta - \tau) + g \sin \tau \right] - c_{Kab}(\tau - \varphi - \varphi_0) + d_{Kab} \left(\frac{d\tau}{dt} - \frac{d\varphi}{dt} \right) \\
 E' &:= E - \frac{B^2}{A} \\
 F' &:= -\frac{CB}{A} \\
 G' &:= G - \frac{DB}{A} \\
 H'' &:= H - \frac{C^2}{A^2} \left(1 + \frac{B^2 A}{EA - B^2} \right) \\
 I'' &:= I - \frac{1}{A} \left[DC + \frac{CB(GA - DB)}{EA - B^2} \right] \\
 J'' &:= J - \frac{1}{A} \left[D^2 + \frac{(GA - DB)^2}{EA - B^2} \right] \\
 J''' &:= J'' - \frac{I''^2}{H''}
 \end{aligned}$$

Kapitel 6

Zusammenfassung

Um den Ansprüchen an Wirtschaftlichkeit und Fahrkomfort gerecht zu werden, geht der Trend beim Bau moderner kuppelbarer Einseilumlaufbahnen zu immer größeren Fahrbetriebsmitteln (8er-Sessel und 15er-Kabinen) und zu höheren Fahrgeschwindigkeiten. Außerdem werden aufgrund ihres Aussehens und der anfallenden Kosten die Stationsbauten zunehmend kürzer ausgeführt. All dies sind Faktoren, welche die Bauteilbeanspruchungen durch dynamische Effekte erhöhen. Um den Festigkeitsforderungen der Vorschriften gerecht zu werden, betreiben Hersteller und Aufsichtsbehörden zeit- und kostenintensive Meßverfahren.

Zur Unterstützung dieser aufwendigen Messungen wird am Lehrstuhl eine Software zur Simulation der Stationseinfahrt von kuppelbaren EUB entwickelt. Mittels numerischer Methoden wird das Bewegungsverhalten der am Einfahrtvorgang beteiligten Bauteile (Klemme, Gehänge, Kabine und Trichter) mit Hilfe eines mathematisch-mechanischen Ersatzmodells berechnet. In Folge können die auftretenden Bauteilbeanspruchungen klassisch oder mit Hilfe der Finiten Elemente Methode (FEM) berechnet werden. Dem Berechnungsprogramm liegt derzeit ein mechanisches Ersatzmodell zugrunde, welches die Bauteilelastizitäten nicht berücksichtigt.

Ausgehend von Überlegungen, welche Bauteilverformungen bei den auftretenden Belastungen von Bedeutung sind, wurden mehrere mechanischen Ersatzmodelle unterschiedlichen Diskretisierungsniveaus generiert. Das Verformungsverhalten wird durch elastische Bindungen zwischen den als Starrkörper modellierten Teilkörpern beschreiben, wobei zur Berechnung der Ersatzfedersteifigkeiten die Methode der Finiten Elemente zum Einsatz kam. Schließlich wurde der Elastizitätseinfluß auf das Bewegungsverhalten und der Bauteilbelastungen mit dem Mehrkörpersimulationsprogramm ADAMS[®] untersucht. Dabei konnte festgestellt werden, daß die Gehängenachgiebigkeit im wesentlichen die Bauteilbelastungen, nicht aber das Bewegungsverhalten beeinflusst. Nach Ermittlung des geeignetsten Ersatzmodells wurde mit den Methoden

von LAGRANGE und NEWTON-EULER die Bewegungsgleichungen hergeleitet.

In dieser Arbeit konnte gezeigt werden, daß es zur quantitativen Untersuchung dynamischer Belastungen von Einseilumlaufbahnen im Bereich der Stationseinfahrt unerläßlich ist, die Bauteilelastizitäten miteinzubeziehen. Die Anordnung der Ersatzfedern ist dabei von untergeordneter Bedeutung.

Für weiterführende Untersuchungen bietet die Modellierung mit ADAMS® ein hohes Maß an Flexibilität, sodaß das System sehr einfach verfeinert und optimiert werden kann.

Literaturverzeichnis

- [Pfe-92] Pfeiffer F.: Einführung in die Dynamik, Teubner-Studienbücher Mechanik, B.G. Teubner, Stuttgart, 1992
- [Bre-92] Bremer H., Pfeiffer F.:Elastische Mehrkörpersysteme, Teubner-Studienbücher Mechanik, B.G. Teubner, Stuttgart, 1992
- [Bro-95] Bronstein I. N., Semendjajew K. A.: Taschenbuch der Mathematik, Verlag Harri Deutsch, Thun, Frankfurt am Main, Frankfurt am Main 1995

Eidesstattliche Erklärung

Ich erkläre hiermit eidesstattlich, daß ich die vorliegende Arbeit selbständig angefertigt habe. Die aus fremden Quellen direkt oder indirekt übernommenen Gedanken sind als solche kenntlich gemacht.

Diese Arbeit wurde bisher keiner anderen Prüfungsbehörde vorgelegt.

München, den 18. April 2000

Martin Webhofer